

TomoSAR 高度反演：算法综合对比与典型应用分析

赵濛初^{1,2}, 潘洁^{1,2}, 张波^{1,2}, 刘鸣谦¹, 姜文¹

1. 中国科学院 空天信息创新研究院, 北京 100094;

2. 中国科学院大学 电子电气与通信工程学院, 北京 100049

摘要: 层析合成孔径雷达 TomoSAR (Tomographic Synthetic Aperture Radar) 通过配准多基线观测数据并在高程方向上进行孔径合成, 能够克服传统合成孔径雷达 SAR (Synthetic Aperture Radar) 仅在方位向合成孔径而导致的高程信息缺失以及叠掩问题, 实现目标的三维高分辨率成像, 从而可用于森林生物量、冰川内部结构与建筑物高度等应用场景的反演。本文从 TomoSAR 的成像模型出发, 系统梳理了层析高度反演算法的发展脉络: 涵盖傅里叶变换、非参数化谱估计、参数化谱估计、压缩感知与深度学习算法, 并对各类代表性算法的原理与实现过程进行了详尽对比分析。基于实测数据的典型反演结果, 进一步对比分析了不同算法在稳健性、普适性与适用条件等方面的优势与局限。最后, 文章总结了当前 TomoSAR 在基线分布与数据稀疏性、多散射体分离以及复杂散射机制等方面面临的主要挑战, 提出了 TomoSAR 未来的研究方向, 并对其应用前景进行了展望。

关键词: TomoSAR, 层析高度反演算法, 谱估计算法, 压缩感知, 三维重建, 基线分布

中图分类号: TP701/P2

引用格式: 赵濛初, 潘洁, 张波, 刘鸣谦, 姜文. 2026. TomoSAR 高度反演: 算法综合对比与典型应用分析. 遥感学报, 30(5): 1413-1432
Zhao M C, Pan J, Zhang B, Liu M Q and Jiang W. 2026. TomoSAR Height Retrieval: Comprehensive comparison of algorithms and analysis of typical applications. National Remote Sensing Bulletin, 30(5): 1413-1432 [DOI: 10.11834/jrs.20265451]

1 引言

合成孔径雷达 SAR (Synthetic Aperture Radar) 通过主动发射相干雷达信号, 在距离向进行脉冲压缩并在方位向合成孔径, 以获取地表二维高分辨率图像 (吴一戎, 2013)。然而, 受侧视成像机制所限, SAR 单次成像仅能提供二维信息, 无法获取高程向的信息。这一固有缺陷在城市密集建筑群与森林冠层等复杂三维场景中尤为突出: 位于不同高度的散射体被投影至同一距离一方位单元, 造成严重的叠掩现象 (吴一戎, 2013; 任焯仙和徐丰, 2022), 显著影响 SAR 图像的解译与判读。为克服该缺陷, 研究者在计算机断层成像 CT (Computed Tomography) 的基础上提出了雷达层析的概念 (Knaell 和 Cardillo, 1995)。

从成像机理来看, 层析合成孔径雷达 TomoSAR (Tomographic SAR) 通过在不同垂直基线位置重复

观测同一距离一方位分辨单元, 在保持原二维成像的同时, 沿高程方向再次进行孔径合成。经解斜处理后, 不同基线位置的相位差可表示为散射体高程的线性函数, 从而将三维散射分布的恢复转化为一类一维谱估计问题。通过对多基线复回波进行傅里叶变换或利用阵列信号处理的方法, 可获得散射体在高程向上的能量分布, 实现三维结构重建。因而, TomoSAR 的核心在于: 利用多基线视角形成高程向孔径, 并借助谱估计、稀疏重建或深度学习等技术反演出散射体的空间分布。

目前, TomoSAR 在机载和星载平台的三维信息获取方面展现出广泛的应用潜力 (丁赤飏等, 2019)。在机载平台方面, 凭借其灵活的飞行轨迹与基线配置优势, 在小区域高精度地形测绘等方面发挥重要作用。例如, 中国科学院空天信息创新研究院在四川乐山开展了山区高精度三维重建 (李晓婉等, 2022)。星载平台则被广泛应用于城市三维建模、森

收稿日期: 2025-11-03; 预印本: 2026-03-13

基金项目: 国家重点研发计划(编号:2023YFB3907705)

第一作者简介: 赵濛初, 研究方向为层析合成孔径雷达成像算法与应用。E-mail: zhaomengchu24@mails.ucas.ac.cn

通信作者简介: 潘洁, 研究方向为航空遥感技术与应用、航空协同透视探测技术、智能航空遥感技术系统。E-mail: panjie@aircas.ac.cn

林垂直结构监测、冰川体积变化评估及地表沉降测量等任务。例如, Zhu等(2015)与Shahzad和Zhu(2016)利用德国宇航中心的TerraSAR-X与TanDEM-X卫星数据,实现了城市建筑群的高精度高程提取。中国于2022年成功发射陆地探测一号卫星,其凭借方位向双波束设计、非中断高精度双基SAR同步等技术,可以满足灾害应急响应、生物量反演和环境等相关领域遥感信息获取的需求。

要实现有效的TomoSAR成像,除依赖成熟可靠的星载或机载成像平台外,还需综合考虑不同的数据获取方式及其对应的观测条件。常见方式为通过多次重复轨道获取多基线数据,即在不同时间和轨道位置上对同一距离—方位单元进行重复观测,以积累相位信息,其代表为德国宇航中心的TerraSAR-X(TS-X)卫星数据(Zhu和Bamler, 2010a)。另一种方式为在单次飞行中采用多通道阵列SAR同步采集不同视角的回波数据,例如中国科学院空天信息创新研究院使用沿水平向均匀的12个天线构成的天线阵列在四川山区进行观测(李晓婉等, 2022)。不同获取方式在基线分布、相干性及系统复杂度等方面存在差异:星载重复轨道模式更适用于大范围长时序监测,但对时间去相干和大气扰动较为敏感;单次机载阵列模式可在单次飞行中完成全部数据采集,能够有效抑制时间去相干,但对通道一致性与系统复杂度有更高要求。

尽管TomoSAR已经在多种观测平台通过多样的数据获取方式展现出优越的三维成像能力,但TomoSAR在信号发射、传播与回波散射的全过程存在多种误差,显著影响层析高度反演的精度与稳健性,使其在多平台多基线观测条件下的工程化应用受到制约:其一,实际观测中基线数量有限且分布不均,导致高程向频谱采样不充分,从而放大旁瓣干扰与主瓣扩展;其二,不同散射机制(体散射、界面反射、多次散射)在同一分辨单元内叠加,使散射特征呈现高度混合性;其三,平台运动、相位误差、时间去相干及大气扰动会共同降低相干性并引入系统性偏差;其四,数据量巨大而场景复杂,使得传统算法在分辨率、稳健性与计算效率之间难以兼顾。这些制约因素共同构成了TomoSAR成像的核心问题:如何在基线质量有限、受噪声与去相干影响的观测数据下,有效地抑制旁瓣与虚假峰(Omati等, 2023a)并稳健地恢复高程参数分布,最终实现高分辨率成像。

早期研究者对这一问题的研究奠定了良好的理论基础,构建了TomoSAR成像的基础数学模型,提出了多种算法致力于克服基线质量不理想、大气扰动和时间去相干等一系列误差带来的难点,同时逐步提升高程向分辨率,为后续算法的演进提供了坚实的理论支撑。针对实际观测中常出现的基线不理想和大气扰动等问题,Fornaro等(2005)提出了基于相位校准的信号模型,并引入基于奇异值分解SVD(Singular Value Decomposition)的稳健算法,显著提升了算法在非理想基线与大气扰动条件下的稳健性;为处理时间去相干问题,Ferretti等(2000)提出了永久散射体PS(Permanent Scatterer)的概念,通过识别在时间上保持稳定的强散射点,实现了长期精密监测,在城市沉降等应用中取得了显著成效。为应对高程向分辨率的计算问题,Reigber等(2000)率先采用非参数谱估计算法进行层析高度反演,建立了计算高程向分辨率的理论框架;针对高程向分辨率的极限问题,Guillaso等(2005)提出了基于最大似然估计MLE(Maximum Likelihood Estimation)和模型阶数选择准则的参数化谱估计算法,在散射体个数已知或可估计的条件下逼近高程向分辨率的理论极限。

在工程与研究实践中,TomoSAR成像通常可分为以下几个关键环节(李震等, 2021):数据预处理、高精度图像配准(Xiang等, 2023)与相位校准、层析高度反演以及后处理。其中,层析高度反演是从观测数据中恢复高程参数分布的决定性步骤。自20世纪90年代以来,TomoSAR的层析高度反演算法不断发展,不断追求更高的高程向分辨率,以及更稳健、更普适的算法性能。层析高度反演算法的演进大致可划分为如图1所示的三个主要阶段。

理论奠基与探索阶段:早期算法主要基于傅里叶变换FT(Fourier Transform)(Reigber等, 2000)、以波束形成BF(BeamForming)(Lombardini等, 2003)为代表的非参数化谱估计算法与以多重信号分类法MUSIC(Multiple Signal Classification method)(Gini等, 2002)为代表的参数化谱估计算法。虽然傅里叶变换算法与谱估计算法需要数量充足、分布均匀的多基线数据才可获得准确的高度反演结果,但这些算法凭借运算效率高(傅里叶变换、非参数化算法)与高分辨率(参数化算法)等优势被应用于城市建筑物三维建模与森林垂直结构监测等领域。

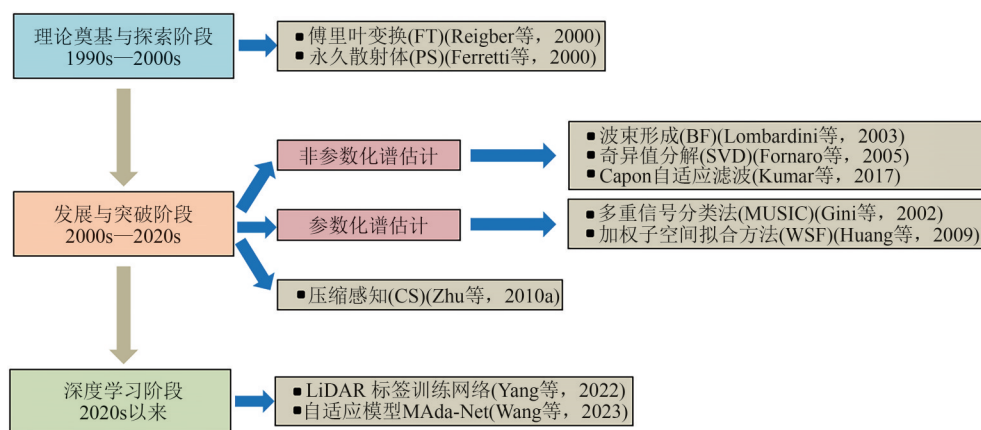


图1 TomoSAR 高度反演算法发展脉络

Fig. 1 Evolution of TomoSAR inversion algorithm

发展与突破阶段：当观测数据不充足时，傅里叶变换算法与谱估计算法的高程向分辨率会大幅下降，限制了其稳健性与普适性。因此，探索使用少量、非均匀分布基线数据的层析高度反演算法尤为重要。近十几年来，压缩感知CS (Compressed Sensing) (Zhu和Bamler, 2010a)为上述问题的解决带来了突破性进展。该技术通过引入稀疏信号恢复方法，能够以远低于奈奎斯特采样要求的观测次数实现散射体分离与超分辨成像，并显著降低了对重复轨道数量和飞行控制精度的要求。研究表明，在低信噪比条件下，CS可实现高程向分辨率1.5至25倍的提升。诸如SLIMMER (Zhu和Bamler, 2010b)等算法将压缩感知、模型选择与最大似然估计相结合，进一步提高了高程向分辨率。

深度学习应用阶段：随着计算能力的大幅提升，深度学习算法被引入TomoSAR，推动高程向分辨率和图像质量进一步提升。神经网络能够避免依赖显式数学模型，通过端到端学习捕捉复杂场景中的非线性映射关系。例如，一些算法将TomoSAR高度反演构建为分类任务，利用全极化SAR数据作为输入，并以LiDAR实测的森林冠层高度作为标签进行训练，从而直接估计森林高程信息 (Yang等, 2022)。此类算法显著提高了反演精度与图像质量，但其性能高度依赖于大规模训练数据，且计算复杂度较高。一些先进模型如MAda-Net (Wang等, 2023)引入了自适应模型求解与阈值激活机制，使网络能够适应不同基线配置和信号能量分布，显著增强了算法的普适能力。总体而言，TomoSAR高度反演算法已从早期的频谱分析演进至稀疏重

建，进而到当前以数据驱动为主的深度学习算法，每一阶段均向着高算法普适性与稳健性，以及高分辨率成像等方面不断发展。

鉴于层析高度反演是TomoSAR处理链中最为核心的一环，为深入厘清现有TomoSAR高度反演算法在原理机制、性能特性与适用场景上的差异，并针对当前基线分布受限、散射机制复杂及数据稀疏性等关键挑战，总结其发展趋势与面临的问题，本文旨在系统梳理多类代表性TomoSAR高度反演算法的技术脉络，全面比较其模型假设、分辨率能力、稳健性表现与工程应用潜力，从而为今后算法的改进、融合与工程化落地提供理论参考与方法依据。在此基础上，本文将按图2所示的框架由浅入深地展开：第2节简要介绍TomoSAR的成像模型及高程向观测关系；第3节对层析高度反演算法进行分类，并详细阐述不同算法的发展背景与核心计算原理；第4节基于典型实验结果对各类算法的性能与应用场景进行对比分析；第5节总结当前TomoSAR在实际应用中面临的关键问题并展望未来研究方向；最后，第6节对全文进行总结。

2 TomoSAR 成像模型

TomoSAR通过在高程方向上多次采集的数据，构建高程向的合成孔径，并借助阵列信号处理技术，实现对目标的高精度三维成像。在层析数据获取方面，通常采用重轨观测模式即单天线重复轨道飞行，或阵列天线实现数据采集。

图3(a)展示了理想情况下TomoSAR的成像模型示意图。假设有 N 条天线沿垂直航向排列进

行观测，以其中第 $N/2$ 景图像作为主图像。某一地物目标单元在第 n 条天线处的回波信号可表示为 (Fornaro 等, 2003):

$$y_n = \int_C \gamma(a, r, s) \exp(-j \frac{4\pi}{\lambda} R_n(a, r, s)) da dr ds \quad (1)$$

式中, $\gamma(a, r, s)$ 表示目标的回波系数, 即为待反演的关键参数; a 、 r 和 s 分别代表方位向、距离向与高程向; 积分区域 C 表示雷达照射区域; $R_n(a, r, s)$ 为第 n 条天线的相位中心到该目标单元的距离, λ 表示雷达信号的波长。

在实际应用中, $R_n(a, r, s)$ 往往会因 N 条天线的非直线、非等间距与非平行排列而受到影响。此时, 将第 n 条天线相对于主天线的垂直基线 b_n 分解为 $b_{\perp n}$ 和 $b_{\parallel n}$ 两个分量, 分别表示其在垂直和平行方向的投影 (图 3 (b))。但由于 $r \gg b$, 这种基线不规则性对 $R_n(a, r, s)$ 的影响通常较为有限, 因此在实际处理中通过解斜处理 (Deramping) (解金卫等, 2020) 去除 $R_n(a, r, s)$ 中与目标斜距等方面有关的相位项, 将目标的高度信息转化为线性相位项, 使信号在高程向上转变为单频信号, 其空间频率只与散射点目标高度有关。

将式 (1) 通过解斜处理后再进行傅里叶变换, 得到:

$$y_n = \int_C \gamma'(s) \exp(j \frac{4\pi}{\lambda} \frac{b_{\perp n}}{r} s) ds \quad (2)$$

式中, $\gamma'(s)$ 表示 $\gamma(a, r, s)$ 的高程向分量。当所有 N 条天线获取的图像在 r - a (距离-方位) 平面上完成二维聚焦后, TomoSAR 通过频谱离散采样

实现对原始信号的重构, 将式 (2) 的高程向 s 上的信号离散化为 L 个分量, 得到:

$$y_n = \sum_{i=1}^L \gamma'(s_i) \exp(j2\pi \xi_n s_i) \quad (3)$$

式中, L 表示高程向散射体的个数; $\xi_n = \frac{2b_{\perp n}}{\lambda r}$ 表示高程向频率 (空间频率)。

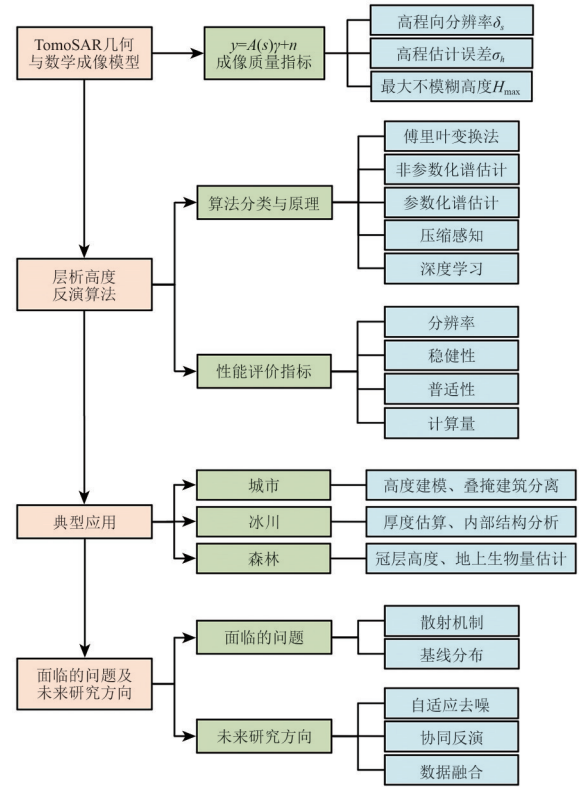


图2 全文框架

Fig. 2 The framework

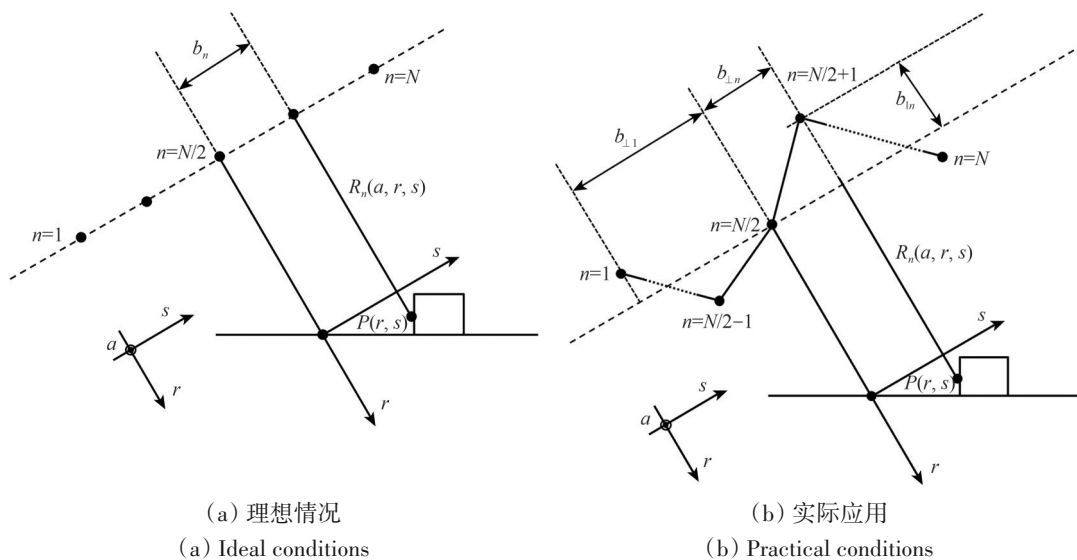


图3 理想情况与实际应用下 TomoSAR 成像模型示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the TomoSAR observation model under ideal conditions and practical conditions

设观测向量 $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$, 后向散射系数向量 $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma(s_1), \gamma(s_2), \dots, \gamma(s_L)]^T$, 则二者之间关系可以表示为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}(\mathbf{s})\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{n} \quad (4)$$

式中, \mathbf{n} 表示噪声项; 导向矢量矩阵 $\mathbf{A}(\mathbf{s}) = [\mathbf{a}(s_1), \mathbf{a}(s_2), \dots, \mathbf{a}(s_L)]$, 该矩阵中的每一列元素可表示为 $\mathbf{a}(s_i) = [\exp(j2\pi\xi_1 s_i), \exp(j2\pi\xi_2 s_i), \dots, \exp(j2\pi\xi_N s_i)]^T$. 因此, 求解后向散射系数的问题可转化为对向量 $\boldsymbol{\gamma}$ 的求解问题。

基于上述原理推导, 并结合传统 SAR 方位向与距离向分辨率的数学表达形式, TomoSAR 在高程向上的分辨率可表示为 (Reigber 等, 2000):

$$\delta_s = \frac{\lambda r_0}{2b} \quad (5)$$

式中, 垂直航迹方向的有效孔径长度 $b = b_{\perp 1} + b_{\perp 2} \cdots b_{\perp N}$; r_0 表示目标与天线阵列中心的距离 r 在雷达入射面内的投影。

在实际反演中, 除了 δ_s 外, 还有最大不模糊高度 H_{\max} 和高程估计误差 σ_h 两个至关重要的成像质量指标。首先, 基线的离散采样特性决定了 H_{\max} 的范围。假设垂直基线的平均间距为 d , 则 H_{\max} 可表示为

$$H_{\max} = \frac{\lambda r_0}{2d} \quad (6)$$

当目标高度分布范围超过 H_{\max} 时, 会出现高程向的混叠, 这要求在数据获取环节必须保证足够的基线采样密度。

TomoSAR 的高度反演可以近似看作多基线干涉的延伸, 在其处理链路中引入的任何相位噪声都会通过基线几何投影传递为高程误差。由式 (4) 的线性模型可得到高程估计误差 σ_h 与系统相位噪声 σ_φ 呈近似线性关系:

$$\sigma_h \approx \frac{\lambda r_0}{4\pi b} \sigma_\varphi \quad (7)$$

综合 δ_s 、 H_{\max} 与 σ_h , 增大 b 虽然能提升 δ_s , 同时也能降低 σ_h , 但也可减小 H_{\max} , 导致采样无法满足奈奎斯特采样定理, 从而增加解缠难度, 最终造成图像模糊。因此, 基线的设计与选择在 TomoSAR 系统中尤为关键。

3 TomoSAR 高度反演算法分类与原理

TomoSAR 最初通过傅里叶变换直接实现成像 (Reigber 等, 2000; Minh 等, 2014), 通过直接对解斜的回波信号进行逆傅里叶变换得到后向散射

系数在高程向上的分布, 便可反演出目标的高度信息, 该类算法计算效率高但高程向分辨率较低。随着技术进步, 层析高度反演算法向着高分辨率的方向不断发展完善。DeGraaf (1998) 将阵列信号处理中常用的谱估计算法引入 TomoSAR, 并将其划分为非参数化与参数化两类: 非参数化算法以变换域分析为核心, 无需预设信号模型, 借助波束形成 (Frey 和 Meier, 2011; Peng 等, 2019; 解金卫等, 2020; Qiao 等, 2023)、奇异值分解 (Khoshnevis 和 Ghorshi, 2020; Omati 等, 2023a) 和 Capon 自适应滤波 (Lombardini 和 Reigber, 2003; Kumar 等, 2017; Cazcarra-Bes 等, 2020) 等算法实现快速反演, 高程向分辨率较傅里叶变换算法有一定提高, 但当观测数据不足时分辨率会大幅下降, 甚至出现散焦现象; 参数化算法则包括多重信号分类法 (Schmidt, 1986; Gini 等, 2002; Martín-del-Campo-Becerra 等, 2021) 和加权子空间拟合 WSF (Weighted Subspace Fitting) (Viberg 和 Ottersten, 1991; Huang 和 Ferro-Famil, 2009; Huang 等, 2011) 等算法, 该类算法依赖信号模型, 通过迭代优化或参数拟合提高分辨率, 但其计算复杂度和模型复杂度高于非参数化算法, 且对先验信息具有较强的依赖性。针对两类谱估计算法在分辨率与计算复杂度之间的矛盾, 压缩感知 (Zhu 和 Bamler, 2010a; 徐建平等, 2011; Li 等, 2016; Wang 和 Xu, 2022) 提供了有效折衷, 该算法能够在非均匀基线数量较少的情况下实现信号恢复, 显著降低对航线精度和重复观测次数的要求。近年来, 随着神经网络 (Neural Networks) (Hopfield, 1982) 的兴起, 基于深度学习的层析高度反演算法 (Qian 等, 2021; Yang 等, 2022; Li 等, 2023) 迅速发展, 进一步提升了高程向分辨率。此类算法摒弃了传统显式数学模型, 利用神经网络处理复杂场景中的非线性映射问题, 但其性能在很大程度上依赖于大规模高质量数据集的支持。

3.1 傅里叶变换算法

由于平台接收的回波信号与后向散射系数之间是傅里叶变换关系, 故可直接采用傅里叶变换实现高程反演。傅里叶变换算法首先需选取场景中心位置某一点目标的回波信号作为参考信号, 并以该参考信号的复后向散射系数为基准, 独立计算其他各点目标的值, 从而将多航过数据重构为高

程向的散射系数分布。傅里叶变换是最早被用于高程反演的算法，其优势在于数学形式简单、计算效率高。在多基线数量相对充足、基线分布接近均匀的情况下，该算法能够直接利用相干叠加的频谱重构高程向散射分布，因此在早期的星载试验（如E-SAR、TerraSAR-X）中得到广泛应用。

位置在高程 s 处的传感器接收到的位于 r_0 和 s_0 处的点目标回波信号可以表示为

$$y_r(s, s_0) = \gamma(r_0, s_0) \cdot \exp\left(-j \frac{2\pi\lambda}{r_0} (s - s_0)^2\right) \quad (8)$$

式中， $\gamma(r_0, s_0)$ 表示该点目标的后向散射系数。

对式（8）所示的点目标回波信号进行解斜处理，得到解斜信号：

$$y(s, s_0) = \gamma(r_0, s_0) \cdot \exp\left(-j \frac{2\pi\lambda}{r_0} (s_0^2 - 2ss_0)\right) \quad (9)$$

再对解斜信号 $y(s, s_0)$ 进行傅里叶变换，将其转换到高程向频率域，以重建高程向散射系数分布。最终输出信号 $v(s, s_0)$ 表示为

$$\begin{aligned} v(s, s_0) &= Y\left(\frac{4\pi\lambda s}{r_0}, s_0\right) = \\ &\gamma(r_0, s_0) \cdot \exp(-j \frac{2\pi\lambda}{r_0} s_0^2) \int_{-b/2}^{b/2} \exp(j \frac{4\pi\lambda}{r_0} (s_0 - s)s) ds = \\ &\gamma(r_0, s_0) \cdot b \cdot \exp(-j \frac{2\pi\lambda}{r_0} s_0^2) \cdot \text{sinc}\left(\frac{2\pi\lambda b}{r_0} (s_0 - s)\right) \end{aligned} \quad (10)$$

式中， sinc 函数决定了高程向分辨率 δ_s 。

傅里叶变换算法的性能主要受基线孔径与采样均匀性的限制，同时在应用时至少需要10条严格平行且最大间距符合奈奎斯特条件的航迹（Reigber和Moreira, 2000）。在典型星载场景中，傅里叶变换算法的 δ_s 满足瑞利准则，通常处于10—20 m范围，且未加窗条件下易产生伪峰与谱泄漏。基线分布均匀性直接影响主瓣宽度与旁瓣结构，实际中基线配置不理想时， σ_h 可达5—10 m。尽管傅里叶变换算法分辨率有限，但在多基线充分、噪声较低的场景下仍可稳健给出高程散射分布的整体趋势，适合于对简单地物目标的快速成像，因此常作为其他算法性能比较的基线参考。随着层析高度反演算法的持续发展，其他具有更高分辨率、更强普适性与稳健性的算法逐渐被提出与应用。

3.2 非参数化谱估计算法

由于雷达回波信号的观测模型表示为式（4）的形式，并随着多基线数据量增加以及阵列信号处

理技术发展，研究者开始将阵列信号处理的谱估计算法引入TomoSAR。BF与Capon的核心在于设计特定的滤波器，仅允许某一特定频率信号通过，并抑制其它频率成分。而SVD则通过揭示数据的低维结构，利用奇异值的能量分布区分信号与噪声，从而实现高效的数据降维、特征提取与噪声抑制。非参数化谱估计算法实现简洁、稳健性较好且具备物理可解释性，这类算法逐渐成为森林、冰川等自然场景分析的重要工具，也为后续参数化算法和稀疏重建提供了理论基础。

具体而言，在BF中需设计满足条件 $\mathbf{h}^H \mathbf{a}(\omega) = 1$ 的滤波器，使其在一个特定的频率 ω 处的输出功率最大。其中， \mathbf{h} 为滤波器系数的 N 维复向量； $\mathbf{a}(\omega)$ 为导向矢量； $\omega = 2\pi\xi_n$ ，用于解析散射体的分布，其中 ξ_n 为式（3）中的空间频率。若第 n 景图像的滤波器输出为 $y(n) = \mathbf{h}^H \mathbf{y}(n)$ ，则其平均输出功率为 $P(\omega) = E\{|y(n)|^2\} = \mathbf{h}^H \mathbf{R}_y \mathbf{h}$ ，其中 \mathbf{R}_y 为式（4）中 \mathbf{y} 的协方差矩阵。进而可得BF的功率谱估计值为

$$P_{\text{BF}}(\omega) = \frac{\mathbf{a}^H(\omega) \mathbf{R}_y \mathbf{a}(\omega)}{N^2} \quad (11)$$

Capon与BF类似，但在推导中考虑了信号的相关性，即 $\mathbf{R}_y \neq \mathbf{I}$ 。因此，其滤波器设计问题可重新表述为如下形式：

$$\mathbf{h}_{\text{Capon}} = \arg \min_{\mathbf{h}} \{\mathbf{h}^H \mathbf{R}_y \mathbf{h}\}, \quad \text{subject to } \mathbf{h}^H \mathbf{a}(\omega) = 1 \quad (12)$$

式（12）的解为 $\mathbf{h}_{\text{Capon}} = [\mathbf{a}^H(\omega) \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{a}(\omega)]^{-1} \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{a}(\omega)$ 。代入 $P(\omega)$ 可得Capon功率谱估计值为

$$P_{\text{Capon}}(\omega) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\omega) \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{a}(\omega)} \quad (13)$$

SVD通过对协方差矩阵 \mathbf{R}_y 进行分解，利用其特征值与特征向量分离信号与噪声，进而估计散射体高度分布。对 \mathbf{R}_y 进行分解得 $\mathbf{R}_y = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T$ ，其中， \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 分别为左右奇异向量构成的正交矩阵， \mathbf{S} 为包含奇异值的对角矩阵。选取 \mathbf{U} 中对应较小奇异值的特征向量构成噪声子空间矩阵 $\mathbf{U}_{\text{Noise}} = \mathbf{U}(:, q+1:N)$ ，其中 q 对应于 q 个最大的特征值。信号子空间矩阵 $\mathbf{U}_{\text{Signal}}$ 则由 \mathbf{R}_y 中对应于前 q 个最大特征值的特征向量构成。

该算法的功率谱是基于位于噪声子空间中的最小范数向量得到的，最终的功率谱可表示为：

$$P_{\text{Minimum Norm}}(\omega) = \frac{1}{|\mathbf{A}^T \mathbf{U}_{\text{Noise}} \mathbf{U}_{\text{Noise}}^H \mathbf{e}|^2} \quad (14)$$

式中, 方向矩阵 \mathbf{A} 与 TomoSAR 采集几何相关。

除上述 BF、Capon 与 SVD 外, 非参数化谱估计算法还包括最大熵 ME (Maximum Entropy) (Omati 等, 2023b) 与线性预测 LP (Linear Prediction) (Omati 等, 2022) 等算法。ME 算法通过最大化信号熵以提高高程向分辨率; LP 非参数化谱估计算法以功率谱估计为核心, 无需假定散射模型, 能够直接通过谱分析得到高程向的功率谱密度适于需要快速成像以及缺乏先验信息的场景, 例如自然环境中冰川与森林等地物的反演。BF 在分辨率上略优于傅里叶变换算法, 但仍受瑞利极限限制; Capon 可在高相干条件下获得约 0.5—0.7 倍瑞利分辨率, 旁瓣抑制能力显著提升, 可达到 10 dB 以上的抑制效果; SVD 具备良好的噪声稳健性, 在信噪比较低条件下仍能分离主要散射层。但非参数化算法需要分布均匀、充足的多基线观测以及足够的信噪比, 且对协方差矩阵估计的敏感性更高 (Li 等, 2016)。所以探索自适应协方差估计, 使用少量、非均匀的基线即可完成高度反演的算法尤为重要。

3.3 参数化谱估计算法

为了突破瑞利极限和有限孔径所导致的分辨率瓶颈, 研究者将超分辨率参数化谱估计算法引入 TomoSAR, 包括 MUSIC 与 WSF 等。参数化谱估计利用散射体数量有限的假设, 通过子空间分解或拟合实现高精度定位, 在城市建筑、交通设施等高相干目标中表现尤为突出。随着算法稳定性与模型阶数估计方法的不断发展, 参数化谱估计成为追求高分辨率反演场景的核心算法之一。

MUSIC 与 WSF 的基本思想均基于对式 (4) 中 \mathbf{y} 的 \mathbf{R}_y 进行特征分解, 将数据空间划分为信号子空间与噪声子空间, 并利用二者的正交性关系估计功率谱。

具体而言, 在 MUSIC 中首先对 \mathbf{R}_y 进行特征值分解, 分别用 $\{\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_{N_s}\}$ 与 $\{\mathbf{n}_1, \dots, \mathbf{n}_{N-N_s}\}$ 表示前 N_s 个主特征值及剩余 $N - N_s$ 个特征值对应的特征向量。进而定义信号和噪声特征向量的矩阵 $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_{N_s}]$ 和 $\mathbf{N} = [\mathbf{n}_1 \dots \mathbf{n}_{N-N_s}]$, 将特征值分为信号子空间 $\hat{\mathbf{E}}_s$ 与噪声子空间 $\hat{\mathbf{E}}_n$, 则 MUSIC 算法的功率谱可表示为

$$P_{\text{MUSIC}}(\omega) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\omega) \hat{\mathbf{E}}_n \hat{\mathbf{E}}_n^H \mathbf{a}(\omega)} \quad (15)$$

对于 WSF, 同样对 \mathbf{R}_y 进行特征分解, 得到信

号子空间与噪声子空间。定义一个半正定的加权矩阵 \mathbf{W} 与方向矩阵 \mathbf{A} 的正交投影矩阵 $\mathbf{I}\mathbf{I}_A^\perp$, 分别表示为

$$\mathbf{W} = (\hat{\mathbf{A}}_s - \hat{\sigma}^2 \mathbf{I})^2 \hat{\mathbf{A}}_s^{-1} \quad (16)$$

$$\mathbf{I}\mathbf{I}_A^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \quad (17)$$

式中, $\hat{\mathbf{A}}_s$ 为信号特征值的估计矩阵; $\hat{\sigma}^2$ 为噪声功率的估计值。加权矩阵 \mathbf{W} 通过对信号子空间特征值加权, 以增加强散射体贡献并抑制噪声及弱信号。式 (17) 中的正交投影矩阵 $\mathbf{I}\mathbf{I}_A^\perp$ 用于衡量模型方向矩阵 \mathbf{A} 与真实信号子空间 $\hat{\mathbf{E}}_s$ 之间的偏离程度。则 WSF 的功率谱可表示为

$$P_{\text{WSF}} = \arg \min \text{trace}(\mathbf{I}\mathbf{I}_A^\perp \hat{\mathbf{E}}_s \mathbf{W} \hat{\mathbf{E}}_s^H) \quad (18)$$

除上述 MUSIC 与 WSF 外, 参数化谱估计算法还包括旋转不变性子空间算法 ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique) (Guillaso 等, 2005) 等, ESPRIT 算法属于信号子空间算法, 其利用子阵间的旋转不变性估计目标回波到达角 DOA (Direction Of Arrival) 的估计, 进而反演目标的高程向信息。

参数化谱估计算法假设高程向上的散射由有限个点散射体或低维参数模型生成, 在满足模型假设时能获得超分辨率, 典型性能可突破瑞利极限 1/5 至 1/10 量级, 在高信噪比条件下 σ_h 可控制在 1 m 以内, 适用于场景先验条件充足的高精度目标反演任务, 例如城市场景中人造地物的高度反演。MUSIC 对模型阶数敏感, 当阶数估计偏差时可能引入 2 m 以上误差; 而 WSF 通过加权最小二乘估计接近克拉美—罗界, 具有更高的稳健性。大量实验表明, 在 TerraSAR-X 城市数据中, 该类算法可清晰分离屋顶—墙面—地面等多散射体, 且 σ_h 通常在 0.5—2 m, 是追求高分辨率反演时的重要技术路径。但参数化谱估计算法需预先估计场景中散射点的数量, 对模型失配、噪声和相干散射敏感, 在包含连续分布的体散射、二面角散射与表面散射等散射类型、散射体的个数难以设定的森林场景中的应用受限 (万杰等, 2024)。所以未来研究重点在于使用更稳健的模型阶数估计以及结合物理约束以减少失配影响。

3.4 压缩感知算法

受稀疏表示思想启发, CS 被引入 TomoSAR。CS 作为一种有效的稀疏信号重构技术, 已成为 TomoSAR 成像中广泛应用的新算法, 该算法解决

了基线数量少、分布不均以及高程向孔径不足的问题。CS通过稀疏约束获得超分辨率能力，能够在远低于奈奎斯特采样的条件下保留信号中的关键信息，稳定重构散射位置，从而实现高质量的信号恢复。此后，大量相关研究不断改进优化器、稀疏字典、贝叶斯框架和加速求解方法，使CS成为高分辨率、高稳健性应用的重要选择。

对于CS，若式(4)中 γ 的投影系数向量 $s = \Psi\gamma$ 仅有 K 个非零元素，则称该信号在正交基 Ψ 下是稀疏信号。通过感知矩阵 Φ 对信号进行线性采样，可得到包含 N 个测量值的观测向量 $y = \Phi\gamma = \Phi\Psi^H s = \Theta s$ 。为获得唯一稀疏解，感知矩阵 Φ 与正交基 Ψ 之间需满足不相干性，即 Ψ 的正交投影应能将稀疏信号的信息均匀分散到整个投影空间中，从而降低对欠采样的敏感性，避免重构结果出现位置偏差。同时，映射矩阵 $\Theta = \Phi\Psi^H$ 需满足约束等距性质RIP (Restricted Isometry Property)，以确保在有噪声干扰下仍可实现较高精度的稀疏重构。

在CS的模型中， s 可通过最小化 L_1 -范数进行重构：

$$\min \|s\|_1 \quad \text{s.t.} \quad y = \Theta s \quad (19)$$

在TomoSAR应用中，信号 γ 通常由少量位置和幅度未知的点散射体构成，因此在高程向上具有稀疏性，即 γ 在单位正交基 $\Psi = I$ 下是稀疏的。根据式(4)， γ 可表示为 $\gamma'(s)$ 的傅里叶变换；观测矩阵 A 与单位正交基 Ψ 具有良好的非相干性。

在含噪声情况下，可通过 L_1 -范数最小化近似重构信号：

$$\hat{\gamma} = \arg \min_{\gamma} \{ \|y - A\gamma\|_2^2 + \lambda_k \|\gamma\|_1 \} \quad (20)$$

式中， λ_k 为正则化参数，需根据噪声水平进行调整。该问题可采用基追踪法 (basis pursuit methods) (Wang等, 2017) 进行求解。

CS以高度向稀疏性为先验，用远少于传统奈奎斯特采样要求的基线数量恢复高度分布，在仅使用20%—40%基线数量的条件下仍可稳定重构高程谱。而且CS并不需要散射点个数的先验知识，计算速度较参数化谱估计算法更快，高程向分辨率可达非参数化谱估计算法的5—25倍。CS在强散射目标中 σ_h 通常为1—3 m，且散射谱可实现近似无旁瓣的重建。在TerraSAR-X数据中，CS可显著分离上下两类高度相近的散射体，表现出优于传统谱估计算法的稀疏恢复性能。但应用该算法前，需

检验信号的稀疏性、非相干性与约束等距性质，并确定所需的最小测量次数 (Zhu和Bamler, 2010a)。所以未来应向着更物理化的稀疏字典以及与深度学习的混合反演框架融合的方向探索。

3.5 深度学习算法

随着数据规模扩大与计算资源提升，深度学习近年来成为TomoSAR反演的研究热点。其发展经历了从简单前馈网络、卷积网络，到融合物理模型的迭代展开网络和自适应网络。深度学习打破传统模型限制，通过学习大规模数据中的统计规律实现快速、高分辨率、高稳健性的高度反演，并逐渐成为复杂散射环境和非均匀基线场景下的重要技术路线。该算法使用多基线观测数据为输入，训练神经网络自动学习从 y 到高度分布或散射体位置的映射关系，从而在有限观测下利用学到的先验快速地反演出高度信息。Budillon等(2019)代表性地将TomoSAR高度反演转为神经网络的问题，将像素级多基线统计量输入多层神经网络，把层析反演建成分类/回归的监督学习问题。证明了数据驱动算法能从观测中学到有效先验、补充传统谱估计算法与CS的不足，激发了后续大量深度学习算法的研究，揭示了早期深度学习算法对训练数据和物理一致性的依赖性。

以MAda-Net (Wang等, 2023) 为例，该算法包含两个核心模块：自适应模型求解AMS (Adaptive Model-Solving) 模块与自适应阈值激活ATC (Adaptive Threshold-Activation) 模块。AMS以观测向量作为输入，使网络能够自适应不同位置的空间变化观测模型，有效缓解了实际空间变化的观测模型与训练阶段采用的固定近似模型之间的不一致性问题。ATC则通过奇异值分解分析信号空间能量分布，生成自适应因子以动态调整激活函数的阈值，使网络适应不同能量特性的信号，从而解决了固定稀疏正则化参数与实际信号能量不匹配的问题。

在MAda-Net中，第 k 层输出的信号估计值(维度为 $2M \times 1$)按如下方式更新：

$$T^k = S_{\theta_k}(\psi_2(L)T^{k-1} + \psi_1(L)G, R(G)) \quad (21)$$

式中， L 表示由SAR几何构型(基线分布、斜距等)生成的观测矩阵(字典矩阵)，维度为 $2N \times 2M$ ； G 为包含实部和虚部的去斜回波信号，维度为 $2N \times 1$ ； T^{k-1} 为第 $k-1$ 层网络的输出信号；权重矩阵 ψ_1 与 ψ_2

需根据输入观测矩阵 L 动态调整, 以适应空间变化特性; 阈值参数 S_{θ_k} 需根据信号能量特征 $R(G)$ 进行调整, 以控制稀疏性强度。该式表明, 第 k 层网络的输出由 AMS (ψ_1, ψ_2) 与 ATC (S_{θ_k}) 共同决定。

除上述 MAda-Net 外, 还有像素或向量级前馈网络 TSNN-2-CHM 与 TSNN-2-DTM (Yang 等, 2022) 等算法, TSNN-2 类算法以 LiDAR 测得的高程数据作为标签, 通过训练神经网络对每个像素按其高程值进行分类, 最终实现研究区域内冠层与地表高程的估计。

深度学习算法以大量标注或仿真数据学习从多基线观测到高度剖面的非线性映射, 凭借灵活的输入数据, 进行快速推断并能自动学习复杂先验, 可在复杂散射与非均匀基线条件下实现稳健的高程反演。典型网络如 MAda-Net 的高度估计误差可稳定在 1—2 m, 同时对噪声、去相干以及基线不规则性具有更强适应能力。针对森林场景的反演中可达到 2—4 m 的均方根误差, 优于多数传统谱估计算法; 在城市场景中, 可逼近 CS 的重建精度并显著提升大规模场景处理能力。但该类算法对训练数据分布敏感、可解释性与泛化能力受限 (Qian 等, 2021)。目前研究人员正不断探索如何通过自监督学习来降低标注需求以及与传统谱估计、CS 的协同融合以兼顾稳健性与高程向分辨率。

4 算法性能评价与代表应用

本节基于第 3 节所述层析高度反演算法的原理, 系统分析各类算法在稳健性、普适性及分辨率等方面的优缺点, 以此进行横向比较。随后重点阐述不同算法在森林垂直结构重建等代表性典型场景中的应用。

4.1 算法性能评价

(1) 傅里叶变换算法。傅里叶变换算法以单次快速傅里叶变换获得高度谱, 因而在观测轨道数量充足、基线分布接近均匀、且信噪比较高的条件下能够以封闭形式、低计算复杂度地重建高度剖面, 表现出较强的稳健性。同时由于实现直接且计算效率高, 该算法的适用对象为森林冠层、冰层等在高度上呈连续或近连续分布的体散射介质以及若干类型的人造目标, 在初步森林地上生物量估算或平均积雪深度反演等使用大尺度、多极化数据进行快速三维成像与定量分析时具有明显优势。

然而傅里叶变换算法的普适性较差, 其高度

谱的正确恢复需遵循两项基本约束: 一是高度方向频谱的充足且规则采样以满足奈奎斯特条件, 二是有效的合成孔径长度直接决定高程向分辨率。这两项约束在以下几类误差与限制下被放大: 非均匀分布的基线将迫使对观测数据实施插值操作 (Liu 等, 2024), 若插值不能精确地恢复缺失频谱则会产生频谱混叠与高旁瓣; 平台运动误差、基线定位误差及运动补偿残差将以相位误差形式直接映射到高度反演结果, 导致高度偏差。例如, 在 TerraSAR-X 系统 (Krieger 等, 2007; Janoth 等, 2013) 中, 1° 的相位误差可导致约 5 m 的高度偏差, 严重影响反演精度。此外, 观测相位噪声与低关联性会降低该算法的稳健性并放大旁瓣伪像。

(2) 非参数化谱估计算法。以 BF、Capon 和 SVD 为代表的非参数化谱估计算法通过直接在观测向量的协方差矩阵上进行谱估计来实现高程向的能量重构, 无需依赖先验散射模型或严格的数据统计假设, 通常也避免了严格的插值操作, 在散射机制未知或高度复杂的场景中具有较强的普适性。这些算法在低信噪比环境中仍能实现较快速的成像, 并对噪声和模型失配表现出一定的稳健性。例如, Capon 算法通过自适应空间滤波器并利用协方差矩阵最小化来自非目标高度的能量, 可有效抑制干扰并降低旁瓣, 在中等信噪比条件下其高程向分辨率和稳健性通常优于传统 BF 算法。SVD 算法则借助矩阵分解揭示数据内在结构, 在低信噪比环境中可实现目标分离与降噪, 表现出良好的稳健性。

然而非参数化谱估计算法的性能受到若干因素制约。BF 算法在基线不均匀或轨道数目受限时存在明显的旁瓣问题, 影响弱散射体的检测与高程估计精度; Capon 算法通过协方差矩阵求逆改善旁瓣行为, 但当样本数不足、协方差矩阵估计不稳或存在强相干干扰时, 矩阵求逆可能放大估计误差, 且对协方差矩阵建模与对角加载等正则化策略敏感; SVD 算法则依赖于准确的信号子空间维度估计, 模型阶数选取错误会导致高程向分辨率下降或产生虚假谱峰。Capon 和 SVD 算法虽然在旁瓣抑制和局部分辨力方面优于 BF 算法, 但计算复杂度高于 BF 算法。非参数化谱估计法的根本局限在于其高程向分辨率受到观测信息量与瑞利准则的固有限制, 难以区分高程间隔小于瑞利分辨极限的密集散射体; 同时需要通过增样本数、正则化及稳健的模型阶数判定来保证稳健性。尽管

如此, 由于无需先验假设且计算相对高效, 非参数化谱估计算法仍广泛应用于森林、冰川等自然场景, 以及城市区域的初步层析分析, 特别适合于大范围场景筛查或对分辨率要求不高的任务。

(3) 参数化谱估计算法。参数化谱估计算法以显式的信号模型和子空间分析为基础, 通过参数化描述散射体位置与复振幅并利用特征分解或最小二乘拟合实现高精度定位。与非参数化谱估计算法相比, 参数化谱估计算法在理论上具备超分辨能力, 能够在信息量充分且信噪比适当的条件下区分出间隔远小于瑞利极限的紧密散射体, 从而在高精度高程估计与密集叠掩目标分离上具有明显优势。MUSIC算法基于信号子空间与噪声子空间的正交性, 通过搜索频谱峰值实现散射体高度定位。WSF算法则通过加权最小二乘拟合信号子空间, 即使在基线不规则或信号高度相干条件下仍能准确分离散射体并进行高度估计, 是一种

统计性能更优、可逼近克拉美罗界、且稳健性更强的算法, 特别适用于城市环境中存在相干反射和严重叠掩的散射源。

然而参数化谱估计算法的超分辨性能依赖若干严格前提: 准确的信号子空间估计、稳定的协方差矩阵估计以及正确的模型阶数选择 (Huang 和 Ferro-Famil, 2009)。MUSIC在信号互相相干或存在多次反射时容易产生伪谱峰与异常旁瓣, 因而在高度相干场景下稳健性受限 (图4); WSF通过权重构造与模型适配提高了对相干与混合模型的稳健性, 但其求解通常涉及迭代最小化或复杂矩阵运算, 计算负担与实现复杂度显著高于其他参数化谱估计算法。此外协方差估计偏差、样本数不足或低信噪比条件均会导致子空间分解误差, 从而折损反演结果的精度并可能产生虚假目标。故实际应用中需结合正则化、模型选择准则与数值稳定化以保证参数化估计的可靠性。

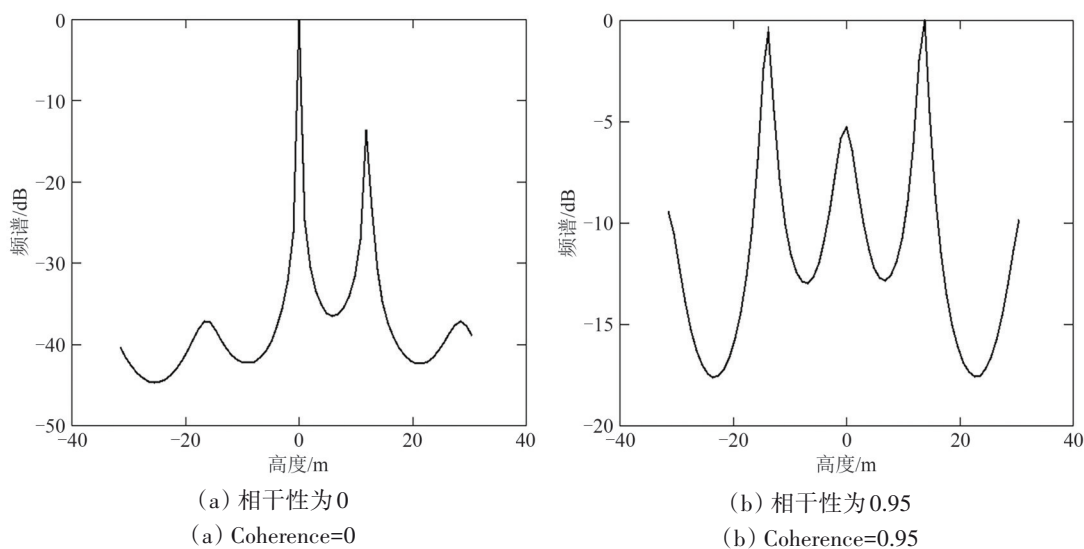


图4 不同相干性下 MUSIC算法分离散射体的结果(Huang 和 Ferro-Famil, 2009)

Fig. 4 Results of the MUSIC algorithm in separating scatterers with different coherence (Huang & Ferro-Famil, 2009)

(4) 压缩感知算法。压缩感知为 TomoSAR 技术带来了突破性进展。其核心思想是利用信号在高程向的稀疏性先验, 从远少于奈奎斯特采样要求次数的非均匀、稀疏基线观测中恢复出信号, 实现超分辨成像。该算法显著降低了对重复轨道数量和基线均匀性的依赖, 并表现出对非规则基线分布更强的适应性。与非参数化谱估计算法相比, CS 不存在旁瓣效应, 突破了有效孔径长度对高程向分辨率的限制, 具备超分辨能力, 并在低信噪比条件下仍能保持较高性能。与参数化谱估计算法相比,

CS 对非高斯相位噪声更为不敏感, 稳健性更强, 且无需预先提供分辨单元内散射体个数的先验信息, 能够自动确定散射体数量。此外, CS 能够有效利用极化信息中的稀疏性, 进一步提升目标反演能力。因此, CS 在城市环境等稀疏点状散射体和部分森林等体积散射场景中展现出巨大潜力。

然而, CS 的卓越性能也伴随着其固有局限: 它对信号的稀疏性假设敏感, 在连续体散射占主导的区域可能引入虚假伪影; 此外, 其基于优化的求解过程导致计算复杂度远高于非参数化谱估计

算法。所以 CS 的应用需在具体场景、性能提升、计算成本以及模型假设之间进行权衡。

(5) 深度学习算法。深度学习算法代表了 TomoSAR 技术发展的最新趋势。其核心思想在于摆脱对显式物理或数学模型的依赖, 转而利用神经网络强大的非线性映射能力, 通过端到端学习实现从原始输入数据到目标输出结果的直接映射。与传统非参数或参数谱估计算法相比, 深度学习在处理非均匀采样、复杂多径散射和高度相干场景时表现出更强的表达能力, 能够在存在噪声、缺失观测或基线不规则的条件下学习到隐含的散射结构与统计规律, 从而在非均匀基线的机载试验、复杂森林冠层或城市局地细结构提取等若干场景中提供更高的稳健性与更快的推断速度。

然而深度学习算法的性能高度依赖于训练数据的质量与代表性: 标注误差、训练—测试域差异或样本覆盖不足会导致泛化失败与系统性偏差。由于多数网络采用数据驱动的端到端拟合, 若不引

入物理约束或正则化, 模型输出可能产生虚假目标或不可靠的高度估计, 这在高精度反演任务中尤为不利。

Wang 等 (2023) 基于重庆航空学院提供的基线分布均匀的 P 波段数据, 将 MAda-Net 与 CS 的高度反演结果进行了对比。图 5 展示了 A 区 (操场与角反射器) 和 B 区 (建筑物群) 两个区域的反演结果。根据 DSM, CS 和 MAda-Net 凭借其对空间变化观测模型的良好适应性, 均实现了高度结果接近的反演结果。对于 B 区建筑物群, MAda-Net 与 CS 的反演结果分别显示于图 6 (a) 和 (b), 二者与 DSM 之间的估计误差则对比展示于图 6 (c) 和 (d)。结果表明, 得益于自适应模型求解 (AMS) 模块和自适应阈值激活 (ATC) 模块的引入, MAda-Net 取得了与经过后处理的 CS 相当的性能。其平均估计误差为 1.29, 略高于 CS 的 1.22, 但仍显示出优异的反演能力。

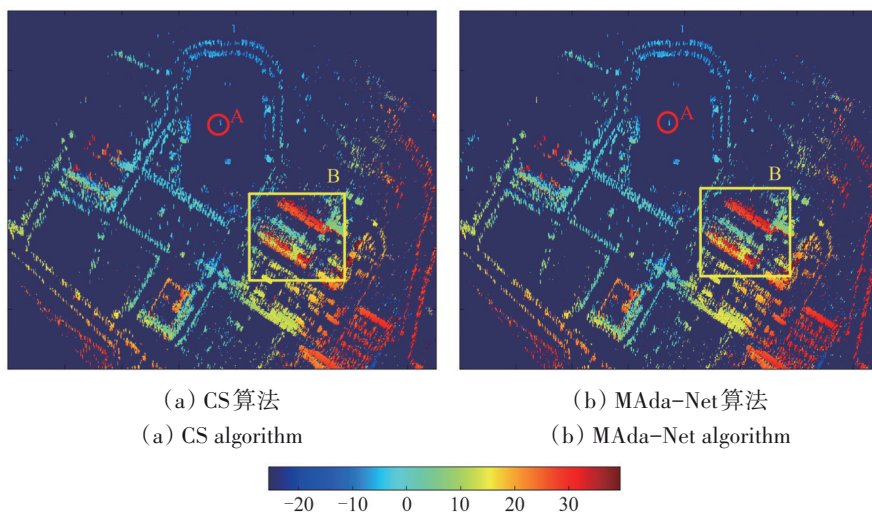


图 5 CS 与 MAda-Net 算法的高度反演结果 (Wang 等, 2023)

Fig. 5 Height inversion results of CS and MAda-Net algorithms (Wang et al., 2023)

4.2 典型应用

TomoSAR 的应用能力在很大程度上受 SAR 数据源属性的制约, 包括工作频段与基线情况等关键因素 (Zhao 等, 2025)。长波段提供 stronger 的植被穿透力, 适用于森林体散射成分的垂直解译, 而短波段在城市场景中能够获得更高的空间分辨率与更稳定的点散射回波。基线连续时谱估计算法表现稳定, 而在非均匀或稀疏基线条件下, 压缩感知与深度学习算法能够显著提升高程向分辨率与

剖面重建质量。以当前常用的数据源为例, 德国宇航中心的 E-SAR/F-SAR、NASA 的 UAVSAR 具备可控多基线和多极化能力, 是验证 TomoSAR 算法与森林结构反演的典型数据来源; TerraSAR-X/TanDEM-X 具备高空间分辨率, 可用于城市场景的高精度三维建模; 而 ALOS-2/PALSAR-2 则因更强的植被穿透能力在森林高度与生物量反演中被广泛采用。因此, 数据源特性与地物场景之间具有强耦合关系, 直接决定了可选算法类别及最终可达到的三维成像精度。

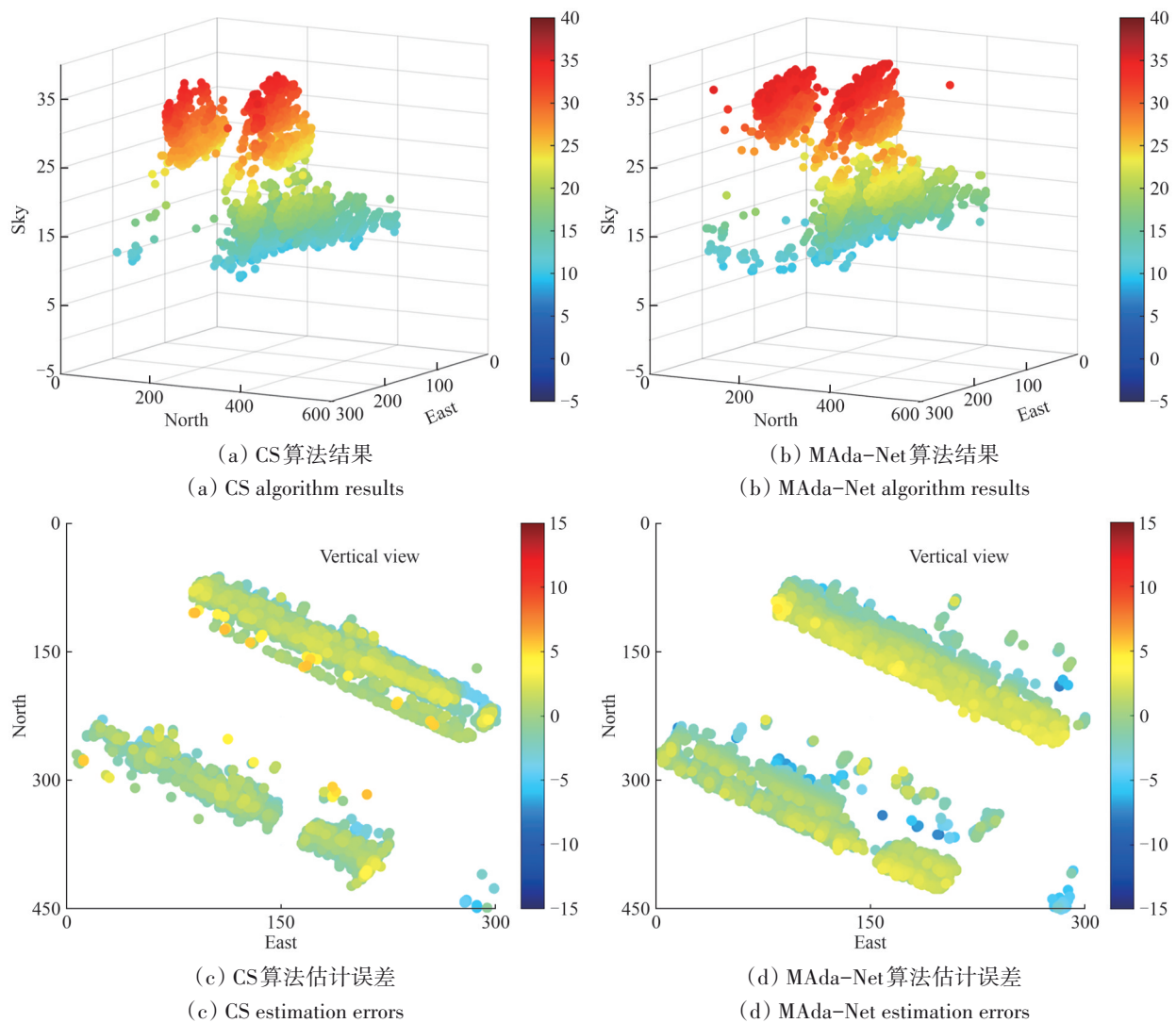


图6 CS与MAda-Net算法的建筑物群高度反演结果与估计误差(Wang等,2023)

Fig. 6 Building height retrieval results and estimation errors of CS and MAda-Net algorithms (Wang et al., 2023)

森林场景是TomoSAR广泛的应用领域之一。森林冠层结构属于连续体散射主导的复杂分布,其垂直方向上存在大量弱相干回波,且重复轨数据受时间去相干影响显著。因此,长波段是森林层析应用的主要数据来源,能够在冠层内部形成更深的穿透并保持较高相干性。在合适的条件下, TomoSAR能够重建森林的冠层内部能量分布、主散射中心位置及地表回波(Lombardini和Reigber, 2003),实现冠层高度(Moussawi等, 2018; Cazcarra-Bes等, 2020)、林下地形(Huang等, 2011; Kumar等, 2017)、森林体积散射(Krieger等, 2007; Aguilera等, 2013)以及生物量(Janoth等, 2013; Wan等, 2022)的重要参数估计。

DLR利用E-SAR实验系统,进行了第一次机载L波段TomoSAR数据获取,得到了德国

Oberpfaffenhofen地区垂直基线跨度约为260 m,高度向分辨率约为2.9 m的13轨L波段全极化数据。Reigber和Moreira(2000)首次采用傅里叶变换算法实现了该地区的森林层析高度反演。图7为应用傅里叶变换算法后经过加窗等后处理来抑制旁瓣的高度切片结果,可明确区分地表、建筑与车辆产生的尖锐回波以及植被冠层的体散射特征。HH与VV切片同时显示地面与冠层,HV切片则更突出体散射分量。该研究体现了傅里叶变换算法在简洁性和辐射精度方面的优势,尤其在星载系统均匀基线条件下,傅里叶变换算法能够快速保留幅相与极化的高度信息并给出可解释的高度剖面,其反演结果与森林后向散射物理机制高度吻合,为基于三维散射特征的地上生物量估算提供了开创性验证。

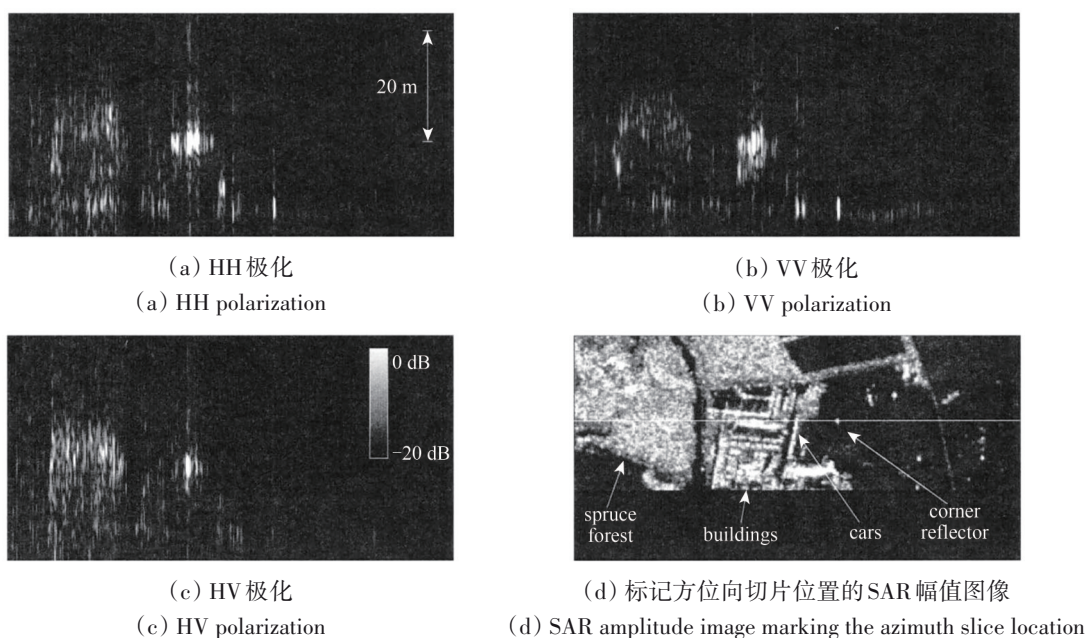


图7 不同极化的层析高度结果切片与标记方位向切片位置的SAR幅值图像(Reigber和Moreira,2000)
 Fig. 7 The resulting slice of tomographic height with different polarizations and the SAR amplitude image marking the position of the slice in the azimuth direction (Reigber and Moreira, 2000)

对于谱估计算法, Ramachandran等(2021)将BF、Capon以及MUSIC算法应用于ESA TropiSAR 2009机载P波段SAR数据,对比了不同算法对热带雨林进行垂直结构剖面反演的结果。如图8所示, BF算法能够稳定地重建垂直剖面,但其分辨率受限于瑞利准则,导致主瓣宽大,难以精确区分紧密相邻的散射层; Capon算法得到的垂直剖面

比BP更为清晰; MUSIC算法的垂直剖面主瓣最为尖锐,能清晰地分离地面与冠层的散射中心,甚至揭示冠层内部的精细结构,显著优于BF的模糊轮廓和Capon的过渡性能,验证了谱估计算法在解析复杂、连续植被垂直结构方面的独特优势,实现了森林垂直结构与树高的高精度监测。

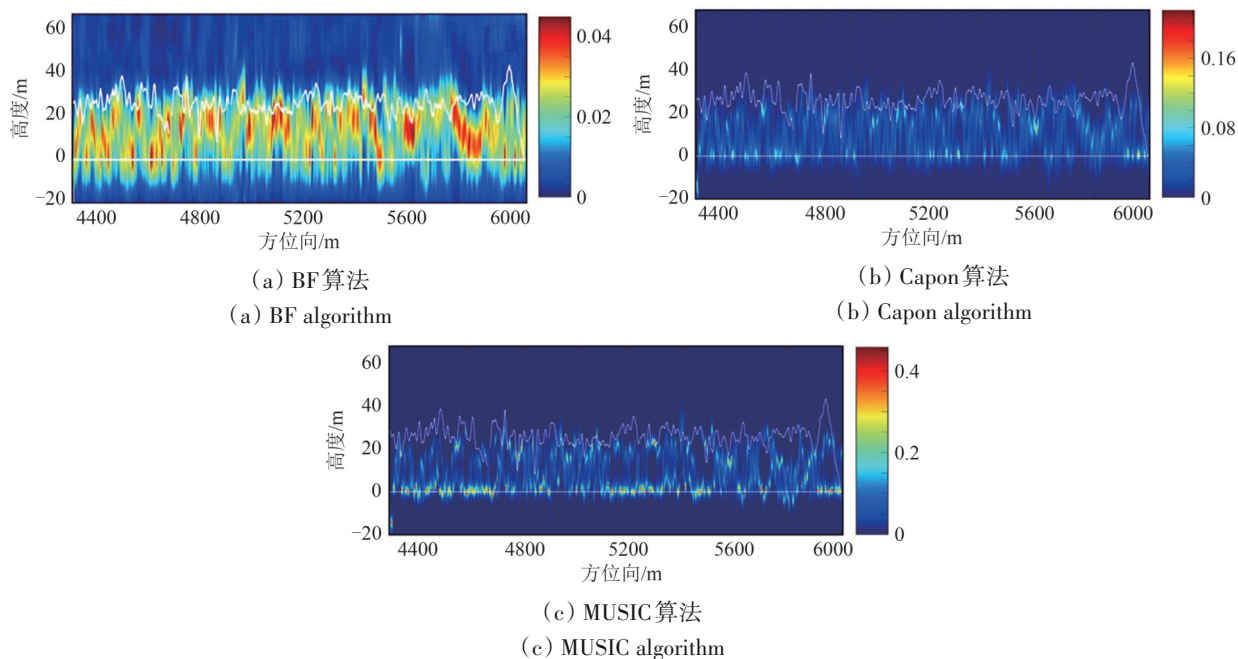


图8 不同算法的层析高度反演垂直剖面图(Ramachandran等,2021)

Fig. 8 Tomographic heights of different algorithms for retrieving vertical profiles(Ramachandran et al., 2021)

除森林外, TomoSAR 在城市场景中具备应用潜力。城市区域以点散射体和双面角散射为主, 短波段在此类场景具有显著优势, 适用于三维建筑结构恢复 (Lombardini 等, 2013)、街区尺度的高度建模以及建筑墙面与屋顶分离等任务; 压缩感知与参数化谱估计算法常作为超分辨率工具提升建筑物边缘和几何结构分离度。

Zhu 和 Bamler (2010a) 基于德国 TerraSAR-X 的 25 景图像数据集, 分析了层析反演的结果与高

程估计误差。图 8 (a) 为 TerraSAR-X 实际采集的美国拉斯维加斯会议中心图像; 图 9 (b) 对比显示了使用 SVD 与 CS 对存在叠掩问题的点 P 进行反演所得的反射率剖面; 图 9 (c) 和 (d) 则进一步在方位—高程平面中展示该点的反射率分布。由图 9 可见, SVD 虽能大致区分多个散射体 (如屋顶与地面), 但因其分辨率有限导致反射率轮廓模糊; 而 CS 算法不仅能将 SVD 中模糊的散射体分离为尖锐的谱线, 还可准确估计其高程。

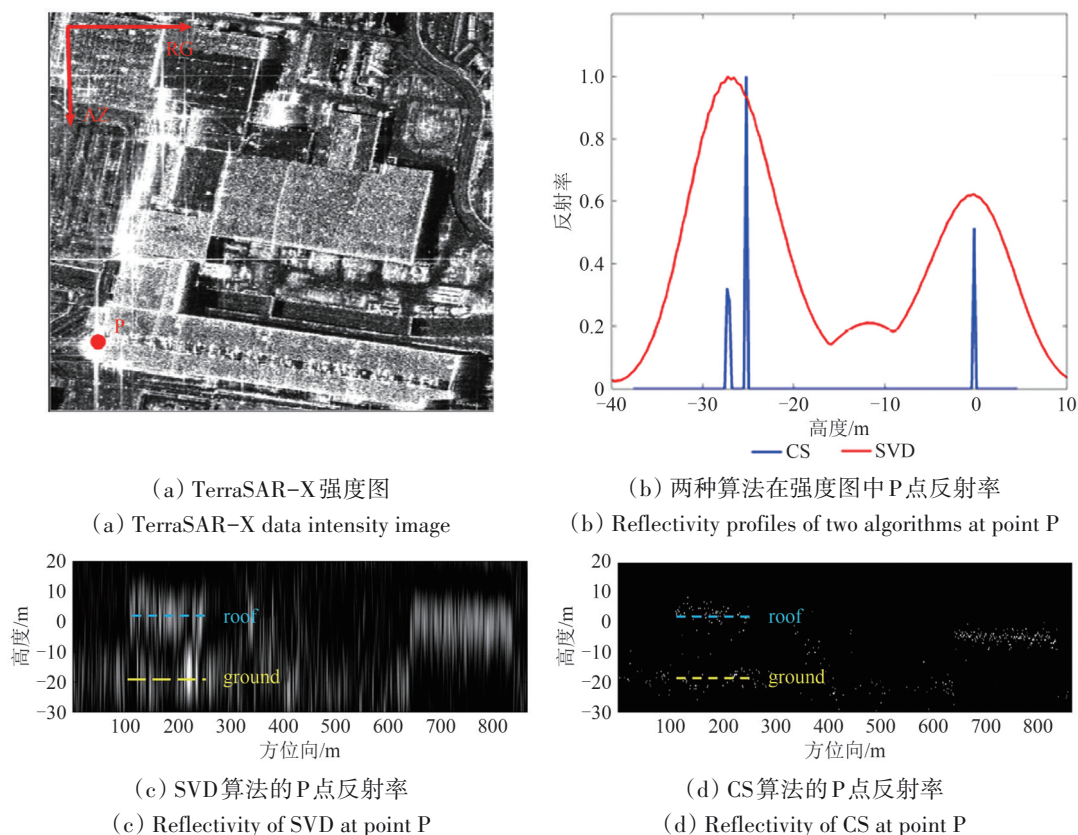


图 9 P 点的反射率分析 (Zhu 和 Bamler, 2010a)

Fig. 9 Reflectance analysis of point P (Zhu & Bamler, 2010a)

4.3 算法综合对比

基于第 3 节所述原理及第 4 节中对稳健性、普适性、分辨率和典型应用的对比分析, 可将傅里叶变换算法、非参数化谱估计算法 (BF、Capon、SVD)、参数化谱估计算法 (MUSIC、WSF)、CS 及深度学习算法的核心特性, 包括原理、优势与局限系统地归纳于表 1。

总之, 傅里叶变换算法与波束形成算法目前仍是衡量高度反演算法简单性与运算速度的重要基准, 但其高程向分辨率易受欠采样影响而严重

受限。傅里叶变换算法及传统非参数化谱估计算法虽无需先验信息, 却仍遵循瑞利分辨极限, 难以有效分离相干或密集分布的散射体。参数化谱估计算法依赖于先验模型, 对相干源和高噪声环境较为敏感, 虽能以较高的计算成本实现优异的高程向分辨率, 却普遍因大量迭代或子空间拟合运算而难以满足实时处理需求; 轻量级模型则往往难以兼顾精度与稳健性。深度学习算法展现出强大的复杂场景适应能力, 但仍严重依赖大规模标注数据, 且可解释性不足。

就具体应用定位而言: 傅里叶变换算法和波

束形成可作为计算效率的基准算法; Capon 与 SVD 已成为森林垂直结构反演的主流选择; MUSIC 和 WSF 适用于城市高精度点目标提取; CS 是超分辨、

少基线场景中的核心算法; 而深度学习则代表了精准处理与复杂建模的新兴方向。TomoSAR 高度反演算法的多维度性能对比详见如表 2 所示。

表 1 各个算法在原理、优势等方面的对比

Table 1 Comparison of different algorithms in terms of Principle, Advantages, etc.

算法	原理	优势	局限
傅里叶变换 (FT)	通过多基线相位相干叠加, 直接估算高程散射系数	计算简单快速, 无需模型假设	分辨率低, 对基线数量与质量要求高, 无法处理密集目标
非参数化谱估计算法 (BF, Capon, SVD)	不预设散射体数量, 通过频谱分析或矩阵分解定位散射体	计算相对简单快速, 适用场景灵活	分辨率较低, 对基线敏感, 处理相干源时性能下降
参数化谱估计算法 (MUSIC, WSF)	基于信号模型, 通过子空间分解实现超分辨率估计	可实现超分辨率, 适合密集目标	计算复杂, 对参数估计误差敏感, 依赖模型准确性
压缩感知 (CS)	基于稀疏假设, 从欠采样数据重建散射场	超分辨率, 观测需求少, 抗噪性强	计算较复杂, 依赖稀疏性假设, 参数选择敏感
深度学习 (Deep Learning)	通过神经网络学习散射体分布规律, 端到端重建场景	自适应复杂场景, 抗噪性较强	依赖大量数据, 泛化能力需验证

表 2 算法多维度性能对比

Table 2 Multi-dimensional performance comparison of the algorithms

性能维度	算法性能
分辨率	CS、WSF、MUSIC>Capon>BF>FT
计算量	WSF>CS>MUSIC>Capon、BF、FT
稳健性	WSF>CS>Capon>MUSIC>FT、BF
普适性	Capon>CS、MUSIC、WSF>FT、BF

5 面临的问题及未来研究与应用方向

近二十年来, 国内外学者对 TomoSAR 高度反演算法展开了深入研究。然而, 随着应用场景日趋复杂与精细化, 现有算法仍面临基线分布与数据稀疏性限制、多散射体分离以及复杂散射机制等多重挑战。以下将系统分析这些问题, 并据此探讨 TomoSAR 高度反演算法的未来研究方向与应用前景。

5.1 当前面临的问题

首先, 各类算法普遍受限于基线分布的不理想与数据稀疏性问题。实际星载或机载的数据采集受航路与平台能力限制, 可用观测基线 (尤其是跨轨/垂直方向) 数量有限且往往呈非均匀分布, 这直接降低了高程向频谱采样的覆盖度与均匀性, 进而放大旁瓣干扰与主瓣混叠 (Wang 等, 2025)。航迹与平台运动不稳定性若未被充分补偿, 会在相位上引入系统性误差并转化为高程偏移, 故需通过

合理的基线设计与严格的运动补偿与相位校正来缓解上述影响。例如, Xu 等 (2025) 通过 WDPF-MA 解决了森林应用中此类相位误差中存在的显著空间变化趋势问题, 显著提高了层析成像质量。此外, 场景的时间去相干 (Hamadi 等, 2015) 会进一步影响影像配准与相位一致性。

其次, 散射机制复杂性与多散射体重叠是层析高程反演中的另一关键难题。冰川内部与森林冠层通常同时存在界面反射、体相散射与多次散射, 且在地形倾斜区域不同高度的回波可能在同一像素叠加, 使得“点散射”或单表面模型不再适用 (Wang 等, 2025)。例如, Wang 等 (2025) 通过相位相干性叠加的策略, 在冰川测绘中成功增强了低信噪比下的深层基岩回波, 解决了超厚冰层中多散射体重叠和体相散射导致的信号微弱问题。在城市区域等复杂地表, 邻近散射体在高程方向的重叠亦使得非参数化谱估计受瑞利分辨力限制而难以分离近距散射体。参数化算法虽有超分辨潜力, 但对散射体数量假设、信噪比与模型先验高度敏感, 模型失配易导致高度估计偏差。CS 等稀疏重建算法能够在欠采样条件下成像, 但其性能高度依赖场景的稀疏性先验, 且稀疏正则化参数缺乏自适应调节机制, 容易出现目标漏检或虚假散射点 (Zhu 和 Bamler, 2010a)。

此外, 电磁传播介质的非均匀性与不同波段的穿透衰减特性 (赵宁等, 2014)、低信噪比问题以及计算与验证的定量描述模型的等诸多工程问

题,共同制约了层析高度反演算法的稳健性与普适性。具体表现为:介电常数随含水量与温度变化等因素导致的传播速度不确定性,会引入系统性深度偏移;不同波段的穿透损耗与地表散射使得跨系统结果难以直接比较;微弱界面回波在低信噪比下易被噪声或旁瓣掩盖,影响检测灵敏度;高分辨三维层析的计算量大且缺乏带有精确地面对照的系统性验证数据,使得算法在大范围、实际场景中的推广与绝对精度评估面临显著挑战;缺乏能够定量描述层析功率谱的通用模型(万杰等,2024)仍需依赖经验性方法将功率谱特征与森林生物量、冰川结构等物理参数进行关联。其中,冰川研究通过将空气-冰层折射路径计算集成到聚焦算法中,有效地校正了传播介质非均匀性引入的系统性深度偏移,而森林研究的未来方向则在于解决对高精度外部DEM的敏感性问题。因此在基线设计、运动补偿与相位校正、物理传播建模、自适应正则化策略以及并行化实现与现场验证方面同步推进可以提升不同层析高度反演算法的稳健性与普适性。

5.2 应用前景与未来研究方向

在具体应用上,TomoSAR技术紧密面向国家重大战略应用需求,重点包括支撑高精度城市信息模型CIM(City Information Modeling)与数字城市建设(Wang等,2024),为智慧城市管理、基础设施健康监测与灾害应急响应提供高精度三维数据;服务于国家森林碳储量核查与碳汇能力评估,实现大范围森林垂直结构参数与生物量的精准反演(Aghababae等,2019);提升对冰川、冻土等关键环境要素的精细监测能力(Yitayew等,2017),并支持高铁、电网等重大基础设施的全天候安全运维(Chen等,2012)。

具体应用落地的关键在于提升算法工程化与业务链成熟度,包括优化算法的计算效率与资源消耗,实现大区域数据近实时反演;建立标准化、可验证的TomoSAR产品体系与质量评价规范;研发自动化、智能化的处理流程与解译工具;推动轻量化模型与协同处理架构的发展。逐步放宽商业SAR卫星分辨率限制,为企业投资部署高分辨率微小SAR星座、缓解数据资源短缺提供政策支持,有望在生态监测、灾害预警和重大工程运维等领域实现规模化应用。

TomoSAR高度反演算法正持续向高稳健性、高计算效率和高分辨率方向发展。统计优化(del Campo等,2018)、压缩感知(Zhu和Bamler,2010a; Gao等,2024)和贝叶斯估计(Liu等,2013)等信号处理理论与TomoSAR技术的深度融合,推动了多学科交叉与方法创新。当前研究重点在于优化稀疏建模与算法效率,提升迭代重建的收敛速度,利用图像先验或稀疏正则化加速重建过程,并发展有效的相干源分离和自适应去噪策略。同时,研究者正积极探索多波段、多极化协同反演机制,结合自监督与深度学习算法突破参数估计瓶颈,增强算法对基线误差、相位噪声及复杂散射机制的适应能力。随着SAR与LiDAR、光学等多源遥感数据的协同融合不断深入,TomoSAR在稀疏模型优化和智能化反演方向上有望实现新突破,从而进一步提升三维成像的精度与分辨率,拓展其在森林生物量反演、冰川积雪结构探测、建筑物风险评估等领域的应用,为遥感对地观测提供更强大的技术支撑。

6 结 论

本文从TomoSAR成像的基本原理与数学模型出发,系统梳理了多基线观测条件下高程向散射分布的重建机制。在此基础上,依次介绍了傅里叶变换、非参数谱估计、参数化谱估计、压缩感知及深度学习等不同层析高度反演算法的核心原理与性能特征,并从稳健性、普适性、分辨率和适用条件等多个维度进行了差异化对比。进一步地,结合森林垂直结构重建、城市三维成像与冰川监测等典型应用场景,评估并验证了各类算法在实际环境中的表现与潜力。

当前,TomoSAR作为一种重要的三维遥感技术,在国家重大工程与科学研究中发挥着日益关键的作用。面向未来,研究应继续聚焦于基线分布复杂性和散射机制不确定性等核心问题,坚持以应用落地为导向,推动算法向轻量化、标准化与自动化方向发展,以满足更大规模的应用需求。总体而言,随着新一代SAR星座的部署和数据处理能力的持续进步,TomoSAR将在城市信息模型建设、森林资源管理、灾害预警与应急响应等领域发挥强有力的三维观测能力,为高精度遥感应应用开拓更广阔的发展前景。

参考文献 (References)

- Aghababae H, Ferraioli G and Schirinzi G. 2019. Differential SAR tomography reconstruction robust to temporal decorrelation effects. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 57(11): 9071-9080 [DOI: 10.1109/TGRS.2019.2924738]
- Aguilera E, Nannini M and Reigber A. 2013. Wavelet-Based compressed sensing for SAR tomography of forested areas. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 51(12): 5283-5295 [DOI: 10.1109/TGRS.2012.2231081]
- Budillon A, Johnsy A C, Schirinzi G and Vitale S. 2019. SAR tomography based on deep learning//IGARSS 2019-2019 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Yokohama: IEEE: 3625-3628 [DOI: 10.1109/IGARSS.2019.8900616]
- Cazcarra-Bes V, Pardini M, Tello M and Papathanassiou K P. 2020. Comparison of tomographic SAR reflectivity reconstruction algorithms for forest applications at L-band. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 58(1): 147-164 [DOI: 10.1109/TGRS.2019.2934347]
- Chen F L, Lin H, Li Z, Chen Q and Zhou J M. 2012. Interaction between permafrost and infrastructure along the Qinghai-Tibet Railway detected via jointly analysis of C- and L-band small baseline SAR interferometry. *Remote Sensing of Environment*, 123: 532-540 [DOI: 10.1016/j.rse.2012.04.020]
- Degraaf S R. 1998. SAR imaging via modern 2-D spectral estimation methods. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(5): 729-761 [DOI: 10.1109/83.668029]
- del Campo G M, Nannini M and Reigber A. 2018. Towards feature enhanced SAR tomography: a maximum-likelihood inspired approach. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 15(11): 1730-1734 [DOI: 10.1109/LGRS.2018.2858571]
- Ding C B, Qiu X L, Xu F, Liang X D, Jiao Z K and Zhang F B. 2019. Synthetic aperture radar three-dimensional imaging—from TomoSAR and array InSAR to microwave vision. *Journal of Radars*, 8(6): 693-709 (丁赤飏, 仇晓兰, 徐丰, 梁兴东, 焦泽坤, 张福博. 2019. 合成孔径雷达三维成像——从层析、阵列到微波视觉. *雷达学报*, 8(6): 693-709) [DOI: 10.12000/JR19090]
- Ferretti A, Prati C and Rocca F. 2000. Nonlinear subsidence rate estimation using permanent scatterers in differential SAR interferometry. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 38(5): 2202-2212 [DOI: 10.1109/36.868878]
- Fornaro G, Lombardini F and Serafino F. 2005. Three-dimensional multipass SAR focusing: experiments with long-term spaceborne data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 43(4): 702-714 [DOI: 10.1109/TGRS.2005.843567]
- Fornaro G, Serafino F and Soldovieri F. 2003. Three-dimensional focusing with multipass SAR data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 41(3): 507-517 [DOI: 10.1109/TGRS.2003.809934]
- Frey O and Meier E. 2011. 3-D time-domain SAR imaging of a forest using airborne multibaseline data at L- and P-bands. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 49(10): 3660-3664 [DOI: 10.1109/TGRS.2011.2128875]
- Gao S L, Wang W L, Wang M H, Zhang Z, Yang Z, Qiu X L, Zhang B C and Wu Y R. 2024. A robust super-resolution gridless imaging framework for UAV-borne SAR tomography. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 62: 5210917 [DOI: 10.1109/TGRS.2024.3393972]
- Gini F, Lombardini F and Montanari M. 2002. Layover solution in multibaseline SAR interferometry. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 38(4): 1344-1356 [DOI: 10.1109/TAES.2002.1145755]
- Guillaso S, Ferro-Famil L, Reigber A and Pottier E. 2005. Building characterization using L-band polarimetric interferometric SAR data. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2(3): 347-351 [DOI: 10.1109/LGRS.2005.851543]
- Hamadi A, Borderies P, Albinet C, Koleck T, Villard L, Minh D H T, Le Toan T and Burban B. 2015. Temporal coherence of tropical forests at P-band: dry and rainy seasons. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 12(3): 557-561 [DOI: 10.1109/LGRS.2014.2350513]
- Hopfield J J. 1982. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 79(8): 2554-2558 [DOI: 10.1073/pnas.79.8.2554]
- Huang Y and Ferro-Famil L. 2009. 3-D characterization of buildings in a dense urban environment using L-band POL-inSAR data with irregular baselines//2009 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Cape Town: IEEE: III-29-III-32 [DOI: 10.1109/IGARSS.2009.5418223]
- Huang Y, Ferro-Famil L and Lardeux C. 2011. Polarimetric SAR tomography of tropical forests at P-band//2011 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Vancouver: IEEE: 1373-1376 [DOI: 10.1109/IGARSS.2011.6049321]
- Janoth J, Gantert S, Schrage T and Kaptein A. 2013. Terrasar next generation-mission capabilities//2013 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Melbourne: IEEE: 2297-2300 [DOI: 10.1109/IGARSS.2013.6723277]
- Khoshnevis S A and Ghorshi S. 2020. A tutorial on tomographic synthetic aperture radar methods. *SN Applied Sciences*, 2(9): 1504 [DOI: 10.1007/s42452-020-03298-6]
- Knaell K K and Cardillo G P. 1995. Radar tomography for the generation of three-dimensional images. *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, 142(2): 54-60 [DOI: 10.1049/ip-rsn:19951791]
- Krieger G, Moreira A, Fiedler H, Hajnsek I, Werner M, Younis M and Zink M. 2007. TanDEM-X: a satellite formation for high-resolution SAR interferometry. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 45(11): 3317-3341 [DOI: 10.1109/TGRS.2007.900693]
- Kumar S, Joshi S K and Govil H. 2017. Spaceborne PolSAR tomography for forest height retrieval. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 10(12): 5175-5185 [DOI: 10.1109/JSTARS.2017.2741723]

- Li J, Xu Z Q, Li Z Y, Zhang Z, Zhang B C and Wu Y R. 2023. An unsupervised CNN-based multichannel interferometric phase denoising method applied to TomoSAR imaging. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 16: 3784-3796 [DOI: 10.1109/JSTARS.2023.3263964]
- Li X W, Liang L, Guo H D and Huang Y. 2016. Compressive sensing for multibaseline polarimetric SAR tomography of forested areas. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 54(1): 153-166 [DOI: 10.1109/TGRS.2015.2451992]
- Li X W, Liang X D, Zhang F B, Liu Y L, Li Y L, Guo Q C, Wan Y L and Bu X X. 2022. A geometry constrained moving least squares-based high-precision 3D reconstruction method of mountains from TomoSAR point clouds. *Journal of Radars*, 11(3): 363-375 (李晓婉, 梁兴东, 张福博, 刘云龙, 李焱磊, 郭其昌, 万阳良, 卜祥玺. 2022. 基于几何约束移动最小二乘的TomoSAR山区点云高精度三维重建方法. *雷达学报*, 11(3): 363-375) [DOI: 10.12000/JR22049]
- Li Z, Zhang P, Qiao H W, Zhao C J, Zhou J M and Huang L. 2021. Advances in information extraction of surface parameters using tomographic SAR. *Journal of Radars*, 10(1): 116-130 (李震, 张平, 乔海伟, 赵常军, 周建民, 黄磊. 2021. 层析SAR地表参数信息提取研究进展. *雷达学报*, 10(1): 116-130) [DOI: 10.12000/JR20095]
- Liu M K, Wang Y, Ding Z G, Li L H and Zeng T. 2024. Atomic norm minimization based fast off-grid tomographic SAR imaging with nonuniform sampling. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 62: 5203517 [DOI: 10.1109/TGRS.2024.3358863]
- Liu Z M, Huang Z T and Zhou Y Y. 2013. Sparsity-inducing direction finding for narrowband and wideband signals based on array covariance vectors. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 12(8): 1-12 [DOI: 10.1109/TWC.2013.071113.121305]
- Lombardini F, Cai F and Pasculli D. 2013. Spaceborne 3-D SAR tomography for analyzing garbled urban scenarios: single-look super-resolution advances and experiments. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 6(2): 960-968 [DOI: 10.1109/JSTARS.2012.2211339]
- Lombardini F and Reigber A. 2003. Adaptive spectral estimation for multibaseline SAR tomography with airborne L-band data//2003 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Toulouse: IEEE: 2014-2016 [DOI: 10.1109/IGARSS.2003.1294324]
- Martín-del-Campo-Becerra G D, Serafín-García S A, Reigber A and Ortega-Cisneros S. 2021. Parameter selection criteria for TomoSAR focusing. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 14: 1580-1602 [DOI: 10.1109/JSTARS.2020.3042661]
- Minh D H T, Le Toan T, Rocca F, Tebaldini S, d' Alessandro M M and Villard L. 2014. Relating P-band synthetic aperture radar tomography to tropical forest biomass. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 52(2): 967-979 [DOI: 10.1109/TGRS.2013.2246170]
- Moussawi I E, Minh D H T, Baghdadi N, Abdallah C, Jomaah J and Strauss O. 2018. L-Band uavsar tomographic imaging in dense forest: afrisar results//2018 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Valencia: IEEE: 6723-6726 [DOI: 10.1109/IGARSS.2018.8519192]
- Omati M, Sahebi M R and Aghababaei H. 2022. Evaluation of non-parametric SAR tomography methods for urban building reconstruction. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 19: 4013605 [DOI: 10.1109/LGRS.2021.3077517]
- Omati M, Omati M M and Bastani M H. 2023a. Building reconstruction based on a small number of tracks using nonparametric SAR tomographic methods. *ISPRS Annals of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, X-4/W1-2022: 617-622 [DOI: 10.5194/isprs-annals-X-4-W1-2022-617-2023]
- Omati M M and Bastani M H. 2023b. Building height reconstruction based on propagator and generalized maximum entropy-TomoSAR. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 20: 4002304 [DOI: 10.1109/LGRS.2023.3240940]
- Peng X, Li X W, Wang C C, Zhu J J, Liang L, Fu H Q, Du Y N, Yang Z F and Xie Q H. 2019. SPICE-based SAR tomography over forest areas using a small number of P-Band airborne F-SAR images characterized by non-uniformly distributed baselines. *Remote Sensing*, 11(8): 975 [DOI: 10.3390/rs11080975]
- Qian K, Wang Y Y, Shi Y L and Zhu X X. 2021. Super-resolving SAR tomography using deep learning//2021 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Brussels: IEEE: 4810-4813 [DOI: 10.1109/IGARSS47720.2021.9554165]
- Qiao H W, Zhang P, Li Z, Huang L, Zhao C J, Gao S, Liu C, Wu Z P, Liang S, Zhou J M, Sun W and Wang L F. 2023. Snow profile reconstruction from tomographic UAV SAR. *International Journal of Applied Earth Observation Geoinformation*, 118: 103291 [DOI: 10.1016/j.jag.2023.103291]
- Ramachandran N, Saatchi S, Tebaldini S, d' Alessandro M M and Dikshit O. 2021. Evaluation of P-band SAR Tomography for mapping tropical forest vertical backscatter and tree height. *Remote Sensing*, 13(8): 1485 [DOI: 10.3390/rs13081485]
- Reigber A and Moreira A. 2000. First demonstration of airborne SAR tomography using multibaseline L-band data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 38(5): 2142-2152 [DOI: 10.1109/36.868873]
- Ren Y X and Xu F. 2022. Comparative experiments on separation performance of overlapping scatterers with several tomography imaging methods. *Journal of Radars*, 11(1): 71-82 (任焯仙, 徐丰. 2022. 若干层析SAR成像方法在解叠掩性能上的对比分析. *雷达学报*, 11(1): 71-82) [DOI: 10.12000/JR21139]
- Schmidt R. 1986. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 34(3): 276-280 [DOI: 10.1109/TAP.1986.1143830]
- Shahzad M and Zhu X X. 2016. Automatic detection and reconstruction of 2-D/3-D building shapes from spaceborne TomoSAR point clouds. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 54(3): 1292-1310 [DOI: 10.1109/TGRS.2015.2477429]
- Viberg M and Ottersten B. 1991. Sensor array processing based on subspace fitting. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 39(5):

- 1110-1121 [DOI: 10.1109/78.80966]
- Wan J, Wang C C, Shen P, Fu H Q and Zhu J J. 2022. Robust and fast super-resolution SAR tomography of forests based on covariance vector sparse bayesian learning. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 19: 4010605 [DOI: 10.1109/LGRS.2021.3060829]
- Wan J, Wang C C, Zhu J J and Fu H Q. 2024. Research progress on tomographic SAR three-dimensional imaging methods and forest parameter inversion. *National Remote Sensing Bulletin*, 28(3): 576-590 (万杰, 汪长城, 朱建军, 付海强). 2024. 层析 SAR 三维成像方法与森林参数反演研究进展. *遥感学报*, 28(3): 576-590 [DOI: 10.11834/jrs.20222107]
- Wang K, Wu Y, Qiu X L, Zhu J B, Zheng D H, Shanguan S T, Pan J, Liu Y Q, Jiang L M and Li X. 2025. A novel airborne tomoSAR 3-D focusing method for accurate ice thickness and glacier volume estimation. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 220: 593-607 [DOI: 10.1016/j.isprsjprs.2025.01.011]
- Wang W, Wang H X, Yu L K, Dong Q L and Hu Z Y. 2024. Exploiting SAR visual semantics in TomoSAR for 3D modeling of buildings. *National Science Open*, 3(5): 20230067 [DOI: 10.1360/NSO/20230067]
- Wang X and Xu F. 2022. Tomographic SAR inversion by atomic-norm minimization the gridless compressive sensing approach. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 60: 5239113 [DOI: 10.1109/TGRS.2022.3223524]
- Wang X, Xu F and Jin Y Q. 2017. The iterative reweighted alternating direction method of multipliers for separating structural layovers in SAR tomography. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 14(11): 1883-1887 [DOI: 10.1109/LGRS.2017.2694825]
- Wang Y, Liu C H, Zhu R, Liu M K, Ding Z G and Zeng T. 2023. MA-da-Net: model-adaptive deep learning imaging for SAR tomography. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 61: 5202413 [DOI: 10.1109/TGRS.2023.3239405]
- Wu Y R. 2013. Concept on multidimensional space joint-observation SAR. *Journal of Radars*, 2(2): 135-142 (吴一戎). 2013. 多维度合成孔径雷达成像概念. *雷达学报*, 2(2): 135-142 [DOI: 10.3724/SP.J.1300.2013.13047]
- Xiang D L, Xu Y H, Cheng J D, Xie Y Z and Guan D D. 2023. Progressive keypoint detection with dense siamese network for SAR image registration. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 59(5): 5847-5858 [DOI: 10.1109/TAES.2023.3266415]
- Xie J W, Li Z F, Wang F and Wang Z B. 2020. SAR tomography imaging for buildings using an inconsistency criterion for amplitude and phase. *Journal of Radars*, 2020, 9(1): 154-165 (解金卫, 李真芳, 王帆, 王志斌). 2020. 基于幅相不一致准则的建筑物 SAR 层析成像. *雷达学报*, 9(1): 154-165 [DOI: 10.12000/JR19062]
- Xu J P, Pi Y M and Cao Z J. 2011. SAR imaging based on Bayesian compressive sensing. *Journal of Electronics and Information Technology*, 33(12): 2863-2868 (徐建平, 皮亦鸣, 曹宗杰). 2021. 基于贝叶斯压缩感知的合成孔径雷达高分辨成像. *电子与信息学报*, 33(12): 2863-2868 [DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.01377]
- Xu K P, Zhao L, Chen E X, Wang C C, Wan J, Fan Y X, Wang J, Ma Y M, Song Q, Huang P P and Li Z Y. 2025. Forest height extraction based on TomoSAR technique using a novel phase error correction method. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 63: 5216218 [DOI: 10.1109/TGRS.2025.3589110]
- Yang W Y, Budillon A, Ferraioli G, Pascazio V, Schirinzi G and Vitale S. 2022. A deep learning solution for height reconstruction in SAR tomography//2022 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Kuala Lumpur: IEEE: 595-598 [DOI: 10.1109/IGARSS46834.2022.9883582]
- Yitayew T G, Ferro-Famil L, Eltoft T and Tebaldini S. 2017. Tomographic imaging of fjord ice using a very high resolution ground-based SAR system. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 55(2): 698-714 [DOI: 10.1109/TGRS.2016.2613900]
- Zhao N, Zhou F, Wang Z, Xing M D, Ge J L and Lu J G. 2014. Ground observation and correction of P-band radar imaging ionospheric effects. *Journal of Radars*, 3(1): 45-52 (赵宁, 周芳, 王震, 邢孟道, 葛家龙, 鲁加国). 2014. P 波段雷达成像电离层效应的地面观测与校正. *雷达学报*, 3(1): 45-52 [DOI: 10.3724/SP.J.1300.2014.13144]
- Zhao X, Dong J, Yu Y H, Liao M S, Zhang L and Gong J Y. 2025. A review of SAR tomography. *Geo-Spatial Information Science*, 28(5): 2019-2062 [DOI: 10.1080/10095020.2025.2510365]
- Zhu X X and Bamler R. 2010a. Tomographic SAR inversion by L_1 -Norm regularization-the compressive sensing approach. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 48(10): 3839-3846 [DOI: 10.1109/TGRS.2010.2048117]
- Zhu X X and Bamler R. 2010b. Compressive sensing for high resolution differential SAR tomography-the SLIMMER algorithm//2010 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Honolulu: IEEE: 17-20 [DOI: 10.1109/IGARSS.2010.5654021]
- Zhu X X, Ge N and Shahzad M. 2015. Joint sparsity in SAR tomography for urban mapping. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 9(8): 1498-1509 [DOI: 10.1109/JSTSP.2015.2469646]

TomoSAR Height Retrieval: Comprehensive comparison of algorithms and analysis of typical applications

ZHAO Mengchu^{1,2}, PAN Jie^{1,2}, ZHANG Bo^{1,2}, LIU Mingqian¹, JIANG Wen¹

1. Aerospace Information Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China;

2. School of Electronic, Electrical and Communication Engineering, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract: Tomographic Synthetic Aperture Radar (TomoSAR) utilizes multi-baseline synthetic aperture radar (SAR) observations to synthesize an elevation aperture, enabling the retrieval of the vertical distribution of radar scatterers within a single range – azimuth resolution cell. By extending conventional 2D SAR imaging into the elevation dimension, TomoSAR provides a unique capability for the 3D reconstruction of complex scenes, particularly in forested, urban, and cryospheric environments where volumetric or multilayer scattering dominates. Over the past two decades, TomoSAR has evolved from a primarily theoretical concept into a mature research field that is supported by airborne and spaceborne SAR missions, accompanied by rapid advances in inversion algorithms and application-driven studies.

This study presents a comprehensive review of TomoSAR imaging theory, height inversion methodologies, and representative application scenarios. Starting from the fundamental signal model, the TomoSAR observation process is described as an elevation-domain spectral estimation problem, where discrete and frequently nonuniform baselines sample the vertical reflectivity function. On the basis of this formulation, existing inversion approaches are systematically categorized into several major classes, including Fourier-based spectral analysis and classical beamforming, adaptive nonparametric methods (e.g., Capon and singular value decomposition), parametric subspace-based techniques, sparse reconstruction and compressive sensing approaches, and recent data-driven deep learning methods. For each category, the underlying principles, algorithmic assumptions, and typical implementation characteristics are summarized to provide a unified methodological perspective.

A critical comparison of these methods is conducted in terms of vertical resolution, robustness to baseline sparsity and temporal decorrelation, radiometric fidelity, and computational efficiency. Conventional Fourier-based and beamforming techniques are computationally efficient and physically interpretable but inherently limited by the effective elevation aperture. Adaptive and parametric methods offer improved resolution and sidelobe suppression under favorable conditions, but their performance strongly depends on accurate covariance estimation, model order selection, and coherence preservation. Sparse reconstruction techniques demonstrate strong super-resolution capabilities under limited and irregular baseline configurations at the cost of increased computational complexity and sensitivity to regularization parameters. Deep learning-based TomoSAR inversion has emerged as a promising alternative, providing fast inference and adaptability to nonideal acquisition geometries, although its generalization capability, physical interpretability, and dependence on representative training data remain active research concerns.

The review further discusses key challenges that continue to limit the practical deployment of TomoSAR systems. These include baseline nonuniformity and insufficient sampling, mixed scattering mechanisms within resolution cells, temporal decorrelation and phase disturbances caused by atmospheric or platform-related effects, and scalability issues associated with large-area or high-resolution processing. Existing mitigation strategies, such as optimized baseline design, physics-aware modeling, phase error compensation, and regularized inversion, are summarized and critically assessed in terms of their effectiveness and limitations.

Finally, emerging trends and future research directions are outlined. These include multifrequency and multi-polarization TomoSAR for enhanced physical interpretation, hybrid inversion frameworks that combine physical models with learning-based techniques, standardized validation protocols supported by external reference data such as LiDAR, and computational acceleration strategies for operational-scale applications. By consolidating theoretical foundations, methodological developments, and practical insights, this review aims to provide a coherent reference for researchers and practitioners, and to support the continued advancement of TomoSAR toward reliable and large-scale 3D Earth observations.

Key words: TomoSAR, tomographic height inversion algorithm, spectral estimation algorithm, compressive sensing, three-dimensional reconstruction, baseline distribution

Supported by National Key Research and Development Program of China (No. 2023YFB3907705)